COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 FÉVRIER 1869.

PRÉSIDENCE DE M. CLAUDE BERNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Piobert**, en faisant hommage à l'Académie d'un nouveau tirage de son ouvrage « Propriétés et effets de la poudre », s'exprime comme il suit :

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un nouveau tirage de la seconde édition de la partie du *Traité d'Artillerie théorique et pratique*, qui a pour titre : *Propriétés et effets de la poudre*. Le présent volume comprend de plus le Rapport de notre très-regretté confrère, M. Poncelet, sur le Mémoire qui a servi de base à l'ouvrage; l'illustre savant a cru devoir compléter l'exposition des questions relatives aux effets de la poudre par une Introduction historique contenant les recherches faites antérieurement sur le même sujet, et que, dans la publication de son Rapport, il a motivé en ces termes :

« Les recherches des lois de l'inflammation de la poudre de guerre et de
» ses effets explosifs est une des questions les plus épineuses, les plus im-
» portantes et les plus dignes d'intérêt que puisse offrir l'application des
» sciences physiques et mathématiques ; c'est aussi l'une de celles qui ont
» le plus exercé la sagacité des physiciens et des géomètres, dont les travaux

» sont, pour la plupart, consignés dans des ouvrages peu connus des per-
» sonnes qui ne font pas de l'artillerie une étude spéciale. Nous pensons, en
» conséquence, devoir faire précéder l'analyse de l'important Mémoire
» dont MM. Arago, Dulong et moi sommes chargés de rendre compte à
» l'Académie d'un exposé historique qui fasse bien connaître l'état de la
» question à l'époque où M. Piobert a entrepris ses recherches. »

» La nécessité de bien apprécier les effets de la poudre et de trouver les moyens de les modifier se présente surtout depuis quelques années qu'on cherche à augmenter démesurément les effets des projectiles de l'artillerie, et qu'on est arrêté par les fortes dégradations des bouches à feu, bientôt mises hors de service, quelle que soit la résistance des métaux employés dans leur construction.

» D'un autre côté, la connaissance des propriétés de la poudre est devenue indispensable depuis que plusieurs nouvelles substances explosibles découvertes par les chimistes ont été proposées pour être substituées à la poudre. »

ASTRONOMIE. — *Examen critique des idées et des observations du* P. Hell *sur le passage de Vénus de* 1769; *par* **M. Faye.**

« M. de Littrow, directeur de l'Observatoire impérial de Vienne, ayant remarqué dans les *Comptes rendus* du 4 janvier l'appréciation que j'y ai faite de l'observation du P. Hell, un de ses prédécesseurs, a bien voulu m'adresser un *fac-simile* du manuscrit original de l'observation de Wardhus. Je vais transcrire ce *fac-simile* en omettant, pour l'instant, une ligne intercalée après coup, avec une encre plus noire que le reste, et en conservant des incorrections qui s'expliquent par la rapidité d'une rédaction provisoire (1).

» ... Internus autem limborum Solis et Veneris contactus Sole sat clare lucente, attamen aliquantulum limbo Solis et Veneris undulantibus observatus a me tubo Dollondiano Haffniensi.

	h m s
Videtur contactus fieri	9.32.35
Contactus certus	32.41
Pater Sajnovics suo tubo :	
Contactus dubius	9.32.30
Certissimus ut ajebat	32.45

» Idem obtinuit D. Borgrewing secunda nempe 10″ post numerata minuta sed loco

(1) Par exemple *limbo* pour *limbis*, *idem* pour *eumdem*, *vade* pour *valde*.

32 minutorum mihi exibuit 33, etc.... Sol superans hanc tetram nubem clarus lucere cœpit, limbi quoque Solis et Veneris ab undulationibus quiescere, eorumdemque contactum elegantissime et maxime præcise. Deus O. M. non sine ingenti et nostro et omnium circonstantium hospitum solatio observare indulsit....

Ego meo tubo ad id. horol :

	h m s
Videtur aliqua gutta nigra intra limbum Solis et Veneris ante contactum formari	15.26.6
Gutta hæc minui videtur vade	26.12
Disparet et contactum fieri censeo	26.17
Certissimus contactus	26.19
Pater Sajnovics :	
Contactus certus	15.26.18
D. Borgrewing	15.26.10

» Horologium iterum a nobis inspectum et omnes in adnotandis minutis convenimus.

Contactus exterior.

	h m s
Ego : Dubius	15.44.22
Certus	44.26
Pater Sajnovics	15.44.27 v. 28
D. Borgrewing	15.44.20

» Cette espèce de procès-verbal a été probablement dressé à Wardhus, d'après les carnets (*schedæ*) remis au P. Hell par ses collaborateurs. Il porte des traces d'erreurs de transcription corrigées séance tenante avec la même encre et sans aucune affectation (1), et aussi quelques chiffres surchargés plus tard (avec une encre plus noire); mais, pour apprécier équitablement la portée de ces petites corrections, il faudrait recourir aux carnets primitifs des observateurs, carnets qui n'existent plus. Enfin, et pour achever de caractériser cette pièce, le passage qui commence par : « Idem obtinuit » D. Borgrewing, » et qui se termine par la phrase « Suspendi interea » judicium donec hæc explorata habeam, » montre que les termes mêmes en devaient être ultérieurement examinés et pesés avant la rédaction définitive.

» Mais le libellé primitif de l'observation prouve bien que, comme je

(1) Par exemple les deux premières lignes du *Contactus exterior* paraissent avoir été transcrites par erreur à la place du contact précédent de *Pater Sajnovics*, puis biffées. *Voir*, pour plus de détails sur ce manuscrit, le curieux opuscule de M. de Littrow : *P. Hell's Reise nach. Wardoe*, Vienne, 1835.

l'avais conjecturé dans mon précédent Mémoire, le P. Hell s'était promis d'observer avant tout les contacts *apparents*, et cela d'une manière si rationnelle qu'elle vient d'être proposée sous la même forme en Angleterre par M. Stone (*contactus dubius*, *contactus certus*). Il a bien observé, lui, le premier contact réel sous le nom de *fulmen*, mais il omet d'abord d'en faire mention au procès-verbal, et, s'il note le deuxième contact réel (*apparet aliqua gutta nigra*), c'est seulement comme une singularité dont il ne se rend pas compte; six mois après, à Copenhague, il n'était pas plus avancé à ce sujet. Pour m'expliquer un tel parti pris, il fallait évidemment remonter aux publications antérieures du P. Hell. Or il suffit de parcourir le curieux traité que cet astronome a inséré dans ses *Éphémérides de Vienne* (1765, p. 281 et suiv.) pour reconnaître qu'il n'avait aucune idée de l'expansion factice dont le disque solaire, comme les images des étoiles, sont entourés par suite des effets de la diffraction, de l'aberration de l'appareil optique et, dans de certaines limites, de l'irradiation oculaire. Pour lui les bords apparents du Soleil et de Vénus étaient des bords réels. Il connaissait bien pourtant le *fulgur* ou *filum lucidum* noté par Chappe en Sibérie, mais, à ses yeux, ce phénomène devait être en retard, sur le vrai contact, de tout le temps employé par Vénus pour franchir le filet de lumière; ce filet, pour devenir sensible, devait avoir une épaisseur en rapport avec la puissance optique de l'instrument employé. Chose remarquable, sur laquelle nous reviendrons plus tard, il a été le seul astronome de son temps qui ne se soit pas mépris sur la prétendue instantanéité de cette apparition. Enfin il ne prévoyait nullement cette goutte noire qu'il observa lui-même à la sortie; longtemps encore après il n'avait pas compris la connexité des apparences que les deux contacts internes présentent successivement et en ordre inverse.

» Naturellement les choses ne se passèrent pas tout à fait comme il l'avait pensé : le premier contact interne apparent se prolongea bien au delà de son attente, et il dut reconnaître, surtout par les observations du P. Sajnovics, lorsqu'il eut le temps de les examiner, que cette première phase, au lieu d'avoir une allure purement géométrique, avait présenté une incertitude de dix à quinze secondes, tandis qu'il se flattait d'avoir observé le second contact interne à une seconde près. Il faut voir la peine qu'il se donne pour expliquer une telle différence de précision entre deux contacts identiques. C'est sans doute à cette époque de son voyage qu'il reconnut l'utilité de faire mention de son observation du filet lumineux ; il l'intercala dans le procès-verbal immédiatement au-dessous du trait qui sépare son

contactus certus de ceux du P. Sajnovics; l'encre de cette ligne intercalée (*fulmen*... $9^h 32^m 48^s$) est plus noire que celle du manuscrit. Il eut même un instant l'idée d'ajouter une ligne explicative au-dessous du *certissimus ut ajebat* du P. Sajnovics, mais il la biffa aussitôt; on n'en peut lire que la première syllabe *vid*, comme si le P. Hell avait voulu insérer quelque chose de semblable à *videtur Venus totaliter ingressa* ou à *videtur filum lucidum apparere*.

» Toujours est-il qu'à son arrivée à Copenhague, dans une publication officielle faite sous les yeux de ses collaborateurs et sans doute avec leur aveu, il a donné aux premiers contacts de l'astronome Sajnovics et du jeune botaniste Borgrewing des mentions explicatives qui ne se trouvent pas dans le procès-verbal.

	h m s
Limbus Veneris circularem suam formam fere jam recuperare videtur.....	9 32.35
Censeo circumferentias Veneris et Solis jam perfecte circulares, nec tamen filum lucidum apparet..	9.32.42
Apparet filum lucidum limbi Solis, Venere jam totaliter ingressa.........	9.32.48
Pater Sajnovics tubo 10 ½ ped. ita habet :	
Videtur Venus circumferentiam suam integram recuperasse.............	9.32.30
Ingressus totalis Veneris, filo lucido apparente.......................	9.32.45
D. Borgrewing tubo 8 ½ ped. :	
Ingressus totalis...	9.33 10

» Les détails de la sortie sont conformes au procès-verbal, sauf la suppression fort justifiable d'un *certissimus contactus*, à $15^h 26^m 19^s$.

» Devant ces documents, l'un privé, l'autre public, qui concordent sur tout, sauf en un détail de rédaction, une seule difficulté subsiste, ce me semble. Le P. Sajnovics a-t-il vraiment observé le filet lumineux au moment où il a écrit sur son carnet *contactus certissimus?* Ou bien le P. Hell a-t-il, après coup, altéré non pas les chiffres, mais le sens du libellé, afin de donner plus de prix à l'observation de ses collaborateurs?

» En fait la lunette du P. Sajnovics était plus claire que le dollond du P. Hell; il a donc pu voir, je dirai presque il a dû voir, deux ou trois secondes avant Hell, le filet lumineux qui annonçait l'entrée *plus que certaine* de la planète, et peut-être le superlatif *certissimus* ne veut-il pas dire autre chose. Toutefois, comme il suffit qu'il y ait lieu de se poser une telle question pour qu'on se sente porté à rejeter l'observation qui la motive, je m'en tiendrai au procès-verbal, ce qui réduit pour moi l'observation de Wardhus aux lignes suivantes (le P. Hell ne se doutait guère que son observation de la goutte noire serait seule employée) :

	h m s	Correct. de l'horl. m s
Contact réel interne à l'entrée........	9.32.48	— 1. 1.8
» à la sortie.......	15.26. 6	— 0.59.6

et nous allons les soumettre à un contrôle sévère.

» Le premier contact donne l'équation de condition suivante :

$$\text{Wardhus}\dots\quad + 23^s,3 + 10,2\,d\text{Æ}\,♀ + 16,2\,d\text{D}\,♀ - 44,5\,d\pi = 0.$$

» Les autres observations de l'entrée, adoptées par M. Powalky, donnent, en posant

$$10,2\,d\text{Æ}\,♀ + 16,2\,d\text{D}\,♀ = x,$$

Baie d'Hudson......	$+ 21^s.9 + x - 28,7\,d\pi = 0,$
Philadelphie........	$+ 23.4 + x - 27,4\,d\pi = 0,$
Cambridge.........	$+ 15.9 + x - 30,0\,d\pi = 0,$
Saint-Domingue.....	$+ 19.7 + x - 18.1\,d\pi = 0,$
Martinique.........	$+ 18.7 + x - 20,5\,d\pi = 0,$
Californie..........	$+ 6.6 + x - 2,0\,d\pi = 0.$

» De ces six dernières on tire

$$x = - 17,7 + 21,1\,d\pi.$$

» Portant cette valeur de x dans l'équation de Wardhus, et faisant

$$d\pi = + 0'',35,$$

on trouve pour résidu

$$+ 23^s,5 - 25^s,8 = - 2^s,5.$$

» Ainsi l'erreur de l'observation du P. Hell se réduit à $2^s,5$ pour l'entrée.

» A la sortie, l'observation de la goutte noire donne l'équation

$$\text{Wardhus}\dots\quad - 9^s,1 + 16,5\,d\text{Æ}\,♀ - 8,1\,d\text{D}\,♀ + 30,7\,d\pi = 0.$$

» Les autres observations de la sortie donnent, en posant

$$16,5\,d\text{Æ}\,♀ - 8,1\,d\text{D}\,♀ = z,$$

Pékin......................	$- 2,7 + z + 28,9\,d\pi = 0,$
Batavia....................	$- 14,4 + z + 27,8\,d\pi = 0,$
Orenburg.................	$- 11,2 + z + 42,3\,d\pi = 0,$
Gurief.....................	$- 23,7 + z + 42,8\,d\pi = 0,$
Californie.................	$+ 10,9 + z - 33,3\,d\pi = 0,$

d'où

$$z = 8^s,2 - 21,7\,d\pi.$$

» En portant cette valeur avec $d\pi = + 0'',35$ dans l'équation de War-

dhus, on trouve pour résidu

$$-9^s,1 + 11^s,3 = +2^s,2.$$

» Ainsi, l'erreur de l'observation du P. Hell, observation qu'il a faite sans en connaître le sens, se réduit à $+2^s,2$ (1).

» Il nous sera difficile de faire mieux en 1874.

» Quant aux contacts apparents auxquels on paraît attacher de l'importance de l'autre côté du détroit, voici comment je les présenterai :

Entrée, contact interne............	$9^h.32^m$	35^s	P. Hell.
		30	P. Sajnovics.
Sortie, contact interne..............	15.26	17	P. Hell.
		18	P. Sajnovics.

» Il me paraît, en effet, qu'à l'entrée il faut s'en tenir aux premières appréciations, car les deux observateurs sont restés en face de ce contact interne, attendant en vain, à partir du moment où ils le saisirent, qu'il devînt plus certain, tandis que les bords des deux astres allaient au contraire en se séparant de plus en plus, sans pourtant se détacher tout à fait l'un de l'autre. D'ailleurs le *contactus certissimus ut ajebat* du P. Sajnovics a reçu une interprétation spéciale du P. Hell, et ne saurait par conséquent figurer ici à titre de contact des bords apparents. En prenant la moyenne de chaque couple, et en tenant compte de l'état de la pendule, l'intervalle des deux contacts apparents serait $5^h 53^m 47^s,2$. Enfin l'effet imputable soit à la dilatation factice du disque solaire, soit à l'épaisseur du *filum lucidum*, serait d'environ 15^s à l'entrée et de 12^s à la sortie.

» Au milieu des discussions un peu confuses du P. Hell sur les phénomènes du *contactus opticus* et du *filum lucidum* ou de la *fulminatio*, j'ai saisi avec plaisir une idée juste. Tandis que les astronomes de son temps

---

(1) Ces calculs sont absolument indépendants de la correction $dr = +0'',128$, que M. Powalky a dû introduire dans ces équations de condition pour se débarrasser d'une inconnue. Les sept équations, à l'entrée, donnent $d\pi = +0'',28$; les six équations, à la sortie, donnent $d\pi = +0'',35$, valeur plus sûre. Quant aux autres inconnues dont il a été fait usage pour de très-petites réductions, j'ai trouvé $d\,Æ\,♀ = -0'',35$ et $d\,D\,♀ = -0'',50$, valeurs très-voisines de celles de M. Powalky, mais dépendantes de dr. Je n'aurais pas rendu pleine justice au travail de M. Powalky que je n'ai pas la prétention de vouloir refaire, si l'on pouvait conclure de quelques lignes de ma Note du 4 janvier que la correction des longitudes des stations en fait le principal mérite. Le succès de M. Powalky tient à une très-habile discussion des observations.

admettaient tous, avec Halley, que le plus mince filet de lumière devait apparaître instantanément derrière Vénus, et par conséquent au même moment pour tous les observateurs, comme cela a lieu dans les éclipses totales ou dans les émersions d'étoiles cachées par la Lune, tandis que tous espéraient obtenir ainsi un degré de précision inouï, le P. Hell soutenait au contraire, dès 1765, que le filet, pour être perceptible, devait avoir acquis une certaine épaisseur; que dès lors son apparition devait être en retard, sur le contact réel, de tout le temps employé par Vénus pour franchir cette épaisseur à raison de quinze secondes de temps par seconde d'arc (centralement); que cette épaisseur nécessaire devait varier beaucoup avec la puissance de la lunette; que le filet pouvait bien se montrer instantanément, au moment où il aurait acquis l'épaisseur requise pour un instrument donné, mais que cette instantanéité, cette fulmination n'était nullement le signe d'une précision extrême, car un observateur voisin, muni d'une lunette différente, verrait le même phénomène se manifester à un autre moment avec la même soudaineté. De là une source d'erreur que l'astronome de Vienne étudie compendieusement sous le titre : *Effectus tuborum in transitibus Mercurii et Veneris*. Il se demande quelle étendue angulaire un objet doit présenter pour être visible sous divers grossissements, avec des objectifs de diverses ouvertures, et, en partant des dernières divisions perceptibles à l'œil nu sur une règle graduée placée à la distance de la vision distincte, il arrive à fixer une limite, d'ailleurs trop forte; mais nous ne le suivrons pas plus loin.

» Ces deux opinions, si opposées en apparence, sont aisées à concilier, en tenant compte des conditions de visibilité qu'elles négligent l'une et l'autre. Quand le champ de la vision est à peu près obscur et l'œil non ébloui (éclipse totale ou nuit), il est bien vrai que le filet solaire le plus mince, ou un point stellaire de 0″,001 de diamètre, sera parfaitement visible avec les plus faibles lunettes; on observera donc une éclipse totale ou l'immersion d'une étoile au bord obscur de la Lune avec une instantanéité réelle, quel que soit l'instrument employé. Mais il n'en est plus de même quand le champ est vivement éclairé et l'œil ébloui : alors de simples points ou de simples lignes lumineuses disparaissent, tandis que les surfaces d'une étendue appréciable, telles que les planètes bien moins brillantes pourtant, reprennent l'avantage. Cela tient en grande partie à ce que tout point lumineux isolé apparaît dans une lunette avec un disque factice d'un éclat bien inférieur; pour une surface lumineuse, au contraire, les disques factices des points voisins se recouvrent mutuellement et rétablissent partout, sauf sur

les bords, l'intensité normale. Celle-ci s'ajoute à la lumière atmosphérique et peut devenir perceptible, même pour un œil émoussé par l'éclat général du champ. Il faut tenir compte ici des ondulations plus marquées dans le voisinage du Soleil; elles font aisément disparaître un simple trait brillant, en disséminant continuellement sa lumière; mais elles sont loin de produire le même effet sur une surface suffisamment étendue. Il en est de même de la dispersion atmosphérique, qui devient très-sensible sur un filet non vertical, quand on observe à une faible hauteur.

» Telles sont les conditions qui régissent la visibilité d'un filet solaire isolé: mais, dans les passages de Vénus, d'autres causes conspirent avec celles-là, à savoir le décroissement très-rapide d'intensité sur les bords du Soleil, l'interposition de l'atmosphère probable de Vénus, la diffraction produite sur les bords de la planète qui sert d'écran. Ajoutez l'énorme épaisseur horizontale de notre propre atmosphère que les rayons doivent traverser quand on veut avoir de forts coefficients pour la parallaxe, ainsi que l'emploi forcé d'un verre obscurcissant, et vous admettrez facilement l'opinion que, pour une lunette donnée, le filet solaire doive atteindre une épaisseur d'au moins une seconde, par exemple, avant de devenir perceptible. Alors l'erreur sera de 15 secondes au moins; mais comme l'intensité du filet va rapidement en croissant, l'impression sur un œil ébloui pourra être instantanée. Avec une lunette plus puissante, ou pour une station mieux choisie, cette épaisseur nécessaire se réduira sensiblement et il en sera de même de l'erreur.

» Mais comment améliorer ces conditions de visibilité pour une lunette et une station données? Il existe pour cela un moyen très-efficace; c'est de supprimer l'illumination du champ, d'éviter l'éblouissement de l'œil et de lui conserver une partie de cette sensibilité qui donne tant d'exactitude à l'observation des éclipses totales et des occultations d'étoiles. Supposons que le champ soit totalement masqué par un diaphragme focal percé d'une très-petite ouverture triangulaire qui ne laisse voir que les pointes des cornes du croissant; supposons en outre que l'observateur ramène peu à peu l'image vers le sommet de l'angle à mesure que ces points se rapprochent: nous aurons évidemment supprimé pour l'œil la fatigue et l'éblouissement causés par la contemplation prolongée du disque solaire, et de plus nous pourrons employer un verre obscurcissant moins opaque. Ce genre de diaphragme n'est pas à expérimenter; il a été imaginé par M. Dawes,

et l'on doit à son emploi les plus curieuses découvertes sur les taches du Soleil (1).

» Ainsi, quelle que soit la station, quel que soit l'instrument, il y aura beaucoup à gagner par ce moyen, dût-il exiger un mouvement d'horlogerie pour la lunette. Il va sans dire qu'on mettra toutes les chances de succès de son côté, si l'on se sert d'un excellent objectif (2) et surtout si, comme je l'ai déjà conseillé, on choisit sa station de manière à atténuer, aux dépens du coefficient de la parallaxe, les effets des ondulations, de l'absorption et de la dispersion atmosphériques (3). »

CINÉMATIQUE. — *Problème des mouvements que peuvent prendre les divers points d'une masse liquide, ou solide ductile, contenue dans un vase à parois verticales, pendant son* écoulement *par un orifice horizontal inférieur* (seconde Partie); *par* **M. DE SAINT-VENANT.**

« *Deuxième problème.* — Vase rectangulaire de largeur $2R$ et de longueur $2L$ dans les sens des coordonnées horizontales x et y; orifice rectangle ayant mêmes médianes, de largeur $2R_1$ et de longueur $2L_1$; V, H, h, z comme ci-dessus; $f(x, y)$ composante de vitesse dans le sens z à travers l'orifice.

$$(27) \qquad \text{hypothèse } u = \frac{1}{a^2}\frac{d\varphi}{dx}, \quad v = \frac{1}{b^2}\frac{d\varphi}{dy}, \quad w = \frac{1}{c^2}\frac{d\varphi}{dz}.$$

» Les équations

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0, \quad (u)_{x=0} = 0, \quad (u)_{x=R} = 0, \quad (v)_{y=0} = 0, \quad (v)_{y=L} = 0,$$

$$(w)_{z=H-h} = V, \quad (w)_{z=H} = \begin{cases} f(x,y) \text{ pour } x = \text{ de } 0 \text{ à } R_1 \ et \ y = \text{ de } 0 \text{ à } L_1, \\ 0 \quad \text{ pour } x = \text{ de } R_1 \text{ à } R \ et \ y = \text{ de } R_1 \text{ à } L; \end{cases}$$

(1) J'ai toujours pensé que pour observer les éclipses des satellites de Jupiter on devrait masquer entièrement le disque de la planète par un écran convenable; on obtiendrait ainsi de bien meilleurs résultats.

(2) Le récent travail de MM. Wolf et André a mis en relief l'importance de cette condition.

(3) M. Airy, qui a signalé les inconvénients de cette dispersion, propose de la corriger par l'emploi d'un petit prisme compensateur. Je me rappelle avoir moi-même employé autrefois ce prisme avec succès, sous la direction de M. Arago, pour l'examen de la grande lunette de Lerebours, à une époque où les seules planètes visibles étaient très-basses. Le moyen indiqué par M. Airy me paraît donc excellent, ainsi que son verre obscurcissant gradué.

sont résolues, $f(x, y)$ étant tel que

$$\int_0^{R_1} dx \int_0^{L_1} dy\, f(x, y) = \mathrm{VRL}, \tag{28}$$

par

$$(29)\quad \left\{ \begin{aligned} u &= \frac{-4}{a^2 R^2 L} \sum_{i=1}^{i=\infty} \sum_{j=1}^{j=\infty} i \frac{\int_0^{R_1} dx \int_0^{L_1} dy\, f(x, y) \cos\frac{i\pi x}{R} \cos\frac{i\pi y}{L}}{\sqrt{\frac{i^2}{a^2 R^2} + \frac{j^2}{b^2 L^2}}} \\ &\quad \times \frac{e^{c\pi(z-H+h)\sqrt{\;}} + e^{-c\pi(z-H+h)\sqrt{\;}}}{\frac{1}{c}\left(e^{c\pi h\sqrt{\;}} - e^{-c\pi h\sqrt{\;}}\right)} \sin\frac{i\pi x}{R} \cos\frac{j\pi y}{L}, \\ v &= \frac{-4}{b^2 \mathrm{RL}^2} \sum\sum j \frac{\int_0^{R_1} dx \int_0^{L_1} dy\, f(x, y) \cos\frac{i\pi x}{R} \cos\frac{i\pi y}{L}}{\sqrt{\;}} \\ &\quad \times \frac{e^{c\pi(z-H+h)\sqrt{\;}} + e^{-}}{\frac{1}{c}\left(e^{c\pi h\sqrt{\;}} - e^{-}\right)} \cos\frac{i\pi x}{R} \sin\frac{i\pi y}{L}, \\ w &= V + \frac{4}{\mathrm{RL}} \sum\sum \left(\int_0^{R_1} dx \int_0^{L_1} dy\, f(x, y) \cos\frac{i\pi x}{R} \cos\frac{i\pi y}{L} \right) \\ &\quad \times \frac{e^{c\pi(z-H+h)\sqrt{\;}} - e^{-}}{e^{c\pi h\sqrt{\;}} - e^{-}} \cos\frac{i\pi x}{R} \sin\frac{j\pi y}{L}. \end{aligned} \right.$$

» **11.** *Troisième problème.* — Vase cylindrique de rayon R; x distance d'un point quelconque à son axe; u composante de la vitesse dans le sens x; orifice circulaire du rayon R_1, concentrique à la base; z, H, h, w, V, $f(x)$ comme au n° **10**,

$$\text{hypothèse} \quad u = \frac{d\varphi}{dx}, \quad w = \frac{1}{\eta^2} \frac{d\varphi}{dz}. \tag{30}$$

Les équations du problème

$$\frac{du}{dx} + \frac{u}{x} + \frac{dw}{dz} = 0, \quad (u)_{x=0} = 0, \quad (u)_{x=R} = 0,$$

$$(w)_{y=H-h} = V, \quad (w)_{y=H} = \left\{ \begin{array}{lll} f(x) & \text{de } x = 0 & \text{à } x = R_1, \\ 0 & \text{de } x = R_1 & \text{à } x = R, \end{array} \right.$$

$f(x)$ étant tel que

$$2\int_0^{R_1} f(x)\, x\, dx = R^2 V, \tag{31}$$

ont pour solution

$$(32)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\eta^2}\varphi &= V(z-H+h) + \frac{R}{\eta}\sum \frac{1}{m}\,\frac{e^{m\eta\frac{z-H+h}{R}} + e^{-m\eta\frac{z-H+h}{R}}}{e^{m\eta\frac{h}{R}} - e^{-m\eta\frac{h}{R}}} \\ &\quad \times \frac{\int_0^{R_1} x X f(x)\,dx}{\int_0^{R_1} x X^2 dx} X, \end{aligned} \right.$$

où l'on a

$$(33)\quad \left\{ \begin{aligned} X &= \int_0^{\pi} \cos\left(\frac{mx}{R}\cos\omega\right) d\omega \\ &= \pi\left[1 - \frac{\frac{m^2x^2}{4R^2}}{1^2} + \frac{\left(\frac{m^2x^2}{4R^2}\right)^2}{1^2.2^2} - \frac{\left(\frac{m^2x^2}{4R^2}\right)^3}{1^2.2^2.3^2} + \frac{\left(\frac{m^2x^2}{4R^2}\right)^4}{1^2.2^2.3^2.4^2} - \ldots\right]; \end{aligned} \right.$$

et $\sum$ s'étendant à toutes les valeurs de m, racines positives de l'équation transcendante suivante, à l'exception de la racine $m = 0$,

$$(34)\quad \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{dX}{dx}\right)_{x=R} = 0; \quad \text{ou} \quad \frac{-m}{R}\int_0^{\pi} \sin(m\cos\omega)\cos\omega\, d\omega = 0, \\ &\text{ou} -\frac{\pi m^2}{2R}\left[1 - \frac{1}{\frac{1.2}{2}}\left(\frac{m^2}{8}\right) + \frac{1}{\frac{1.2}{2}.\frac{2.3}{2}}\left(\frac{m^2}{8}\right)^2 - \frac{1}{\frac{1.2}{2}.\frac{2.3}{2}.\frac{3.4}{2}}\left(\frac{m^2}{8}\right)^3 + \ldots\right] = 0. \;(*) \end{aligned} \right.$$

D'où, comme nous avons trouvé (*Comptes rendus*, 27 juillet, t. LXVII, p. 210),

$$(35)\qquad \int_0^{R} x X^2\,dx = -\frac{R^3}{2m}(X)_{x=R}\left(\frac{d^2X}{dx\,dm}\right)_{x=R},$$

et comme on reconnaît facilement, par l'une comme par l'autre des deux expressions (33) de X, que

$$\frac{d^2X}{dx\,dm} = -\frac{mx}{R^2}X,$$

(*) Il y avait par erreur, à la page 208 du t. LXVII des *Comptes rendus*, 27 juillet 1868,

$\frac{m^2x^2}{2R^2}$ au lieu de $\frac{m^2x^2}{4R^2}$ (qu'il eût fallu) dans l'expression (38),

$\frac{m^2}{4}$ au lieu de $\frac{m^2}{8}$ (qu'il eût fallu) dans l'équation (39).

l'on a pour les vitesses

$$(36)\quad \begin{cases} u = \dfrac{2}{R}\sum \dfrac{1}{m}\,\dfrac{e^{m\eta\frac{z-H+h}{R}} + e^{-m\eta\frac{z-H+h}{R}}}{\frac{1}{\eta}\left(e^{m\eta\frac{h}{R}} - e^{-m\eta\frac{h}{R}}\right)}\,\dfrac{\int_0^{R_1} x X f(x)\,dx}{(X)^2_{x=R}}\,\dfrac{dX}{dx}, \\[2ex] w = V + \dfrac{2}{R^2}\sum \dfrac{e^{m\eta\frac{z-H+h}{R}} \quad e^{-m\eta\frac{z-H+h}{R}}}{e^{m\eta\frac{h}{R}} - e^{-m\eta\frac{h}{R}}}\,\dfrac{\int_0^{R_1} x X f(x)\,dx}{(X)^2_{x=R}}\,X. \end{cases}$$

» La recherche des racines (non nulles) de l'équation (34) qui, en faisant

$$\frac{m^2}{8} = x,$$

peut s'écrire

$$(37)\quad \begin{cases} 1 - x + \dfrac{x^2}{1.3} - \dfrac{x^3}{1.3.6} + \dfrac{x^4}{1.3.6.10} \\[1ex] - \dfrac{x^5}{1.3.6.10.15} + \dfrac{x^6}{1.3.6.10.15.21} - \ldots = 0, \end{cases}$$

est longue et délicate. Comme

$$(38)\quad \begin{cases} \displaystyle\int_0^{\pi} \sin(m\cos\omega)\cos\omega\,d\omega = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(m\cos\omega)\cos\omega\,d\omega \\[1ex] \displaystyle\qquad = 2\int_0^{1} \sin\left(m\sqrt{1-y^2}\right)dy, \end{cases}$$

a nécessairement une valeur numérique moindre que 2, la série servant de premier membre à l'équation (37) doit avoir une valeur numérique moindre que

$$\frac{4}{\sqrt{8x}} = \frac{0{,}45016}{\sqrt{x}};$$

en sorte que si par exemple on y fait $x = 100$, on doit avoir un résultat moindre que 0,045016.

» On trouve, en effet, environ 0,0073, pour l'excès de la somme des termes positifs sur celle des termes négatifs, bien que plusieurs de ces termes, qui se déduisent successivement les uns des autres, excèdent 1 400 000 000, et que chacune de leurs sommes excède 6 000 000 000. Il ne faut donc regarder comme racines de l'équation (37) que les nombres qui,

substitués à x dans son premier membre, donnent moins de 0,000 001 pour résultat, ou pour différence de ces deux grandes sommes.

» J'ai ainsi trouvé, avec l'aide de deux calculateurs occupés pendant plus d'un mois, les neuf premières racines suivantes :

$$(39)\left\{\begin{array}{l} x=\frac{m^2}{8}=1,83525;\ 6,15231;\ 12,9374;\ 22,1901;\ 23,91019;\\ \qquad 48,09776;\ 64,75265;\ 83,8750;\ 105,4647;\\ \text{d'où}\\ m=3,831710;\ 7,015590;\ 10,17346;\ 13,32370;\ 16,47063;\\ \qquad 19,61586;\ 22,76008;\ 25,90367;\ 29,04682. \end{array}\right.$$

» En substituant ces racines dans

$$(40)\qquad \frac{1}{\pi}(X)_{x=R}=1-\frac{\frac{m^2}{4}}{1^2}+\frac{\left(\frac{m^2}{4}\right)^2}{1^2.2^2}+\frac{\left(\frac{m^2}{4}\right)^3}{1^2.2^2.3^2}+\frac{\left(\frac{m^2}{4}\right)^4}{1^2.2^2.3^2.4^2}-\ldots,$$

on a

$$\frac{1}{\pi}(X)_{x=R}=-0,40276;\ +0,29503;\ -0,24971;\ +0,21836;\ -0,19590;\ +0,18006;\ -0,16718;\ +0,15673;\ -0,14801.$$

D'où, en élevant au carré, et multipliant par π^2, les valeurs suivantes, pour les termes successifs de la série $\sum$, du dénominateur qui figure dans les expressions (36) des vitesses u et w de la matière du vase cylindrique

$$(41)\left\{\begin{array}{l}(X)^2_{x=R}=1,60096,\quad 0,85907,\quad 0,61540,\quad 0,47059,\quad 0,37929,\\ \qquad 0,32000,\quad 0,27586,\quad 0,24243,\quad 0,21621.\end{array}\right.$$

» **12.** On voit, par les solutions du premier et du troisième problème, que dans le vase rectangulaire percé d'un orifice de moindre largeur, mais de même longueur, et dans le vase cylindrique percé au fond d'un orifice concentrique, l'on a

$$(42)\qquad \left\{\begin{array}{l}\frac{du}{dz}=0\\ \frac{dw}{dx}=0\end{array}\right\}\ \text{pour } z=H-h;\ \text{et aussi pour } x=0.$$

Donc, immédiatement sous le piston, ou à une distance extrêmement petite de sa face inférieure, il n'y a ni rotation ni glissement, et les éléments li-

néaires matériels, soit perpendiculaires, soit parallèles à cette face, conservent la perpendicularité et le parallélisme. Il en est de même à l'égard du plan moyen dans le vase rectangulaire, ou de l'axe dans le vase cylindrique.

» Et, par la solution du deuxième problème, on voit que

$$(48)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{dv}{dz}=0,\quad \frac{dw}{dy}=0 \text{ pour } z=H-h; \text{ et aussi pour } y=0,\\ &\frac{dw}{dx}=0,\quad \frac{du}{dz}=0 \text{ pour } z=H-h; \text{ et aussi pour } x=0,\\ &\frac{du}{dy}=0,\quad \frac{dv}{dy}=0 \text{ pour } x=0; \text{ et aussi pour } y=0. \end{aligned}\right.$$

Il n'y a donc, immédiatement sous la face du piston, ni composante de rotation autour d'un axe horizontal, ni glissement dans des plans verticaux; les éléments linéaires perpendiculaires ou parallèles à cette face conservent cette perpendicularité et ce parallélisme jusqu'à des distances très-petites. Il n'y a, dans les éléments coupés par l'un ou par l'autre plan médian, ni rotation autour d'une parallèle à ce plan, ni glissement dans un plan perpendiculaire.

» Mais, partout ailleurs, les glissements et les rotations peuvent avoir des grandeurs finies, tant que η, a, b, c ont des valeurs numériques quelconques.

» **13.** Ces solutions se simplifient quand on suppose

$$(44)\qquad \eta^2 \text{ ou } c^2=0,\quad \text{avec } \frac{1}{\eta^2}\varphi \text{ ou } \frac{1}{c^2}\varphi \text{ fini,}$$

c'est-à-dire

$$(45)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{du}{dz}=0, \quad \text{pour le premier et le troisième problème,}\\ &\frac{du}{dz}=0,\quad \frac{dv}{dz}=0 \quad \text{pour le deuxième problème;} \end{aligned}\right.$$

ce qui est la supposition *que les lignes matérielles verticales restent droites et verticales*, sans que la loi des mouvements change d'une partie de la masse à une autre, ou sans qu'il y ait de ces discontinuités qu'avait exigées (n° **1**) la supposition primitive d'une conservation semblable et simultanée de l'horizontalité des lignes horizontales dans chaque partie (ce qui était impossible en passant d'une partie dans l'autre).

» Comme cette supposition (44) donne, pour les dénominateurs des

expressions (26), (29), (36) de u, v,

$$\left[\frac{1}{\eta}\left(e^{\frac{i\pi\eta h}{R}} - e^{-\frac{i\pi\eta h}{R}}\right)\right]_{\eta=0} = \frac{2i\pi h}{R},$$

$$\left[\frac{1}{c}\left(e^{c\pi h\sqrt{}} - e^{-c\pi h\sqrt{}}\right)\right]_{c=0} = 2\pi h\sqrt{\frac{i^2}{a^2R^2} + \frac{j^2}{b^2L^2}},$$

$$\left[\frac{1}{\eta}\left(e^{m\eta\frac{h}{R}} - e^{-m\eta\frac{h}{R}}\right)\right]_{\eta=0} = 2m\frac{h}{R};$$

et, pour les fractions entrant dans celles de w,

$$\frac{e^{i\pi\eta\frac{z-H+h}{R}} - e^{-}}{e^{\frac{i\pi\eta h}{R}} - e^{-}} = \frac{e^{c\pi(z-H+h)\sqrt{}} - e^{-}}{e^{c\pi h\sqrt{}} - e^{-}} = \frac{e^{m\eta\frac{z-H+h}{R}} - e^{-}}{e^{m\eta\frac{h}{R}} - e^{-}} = \frac{z-H+h}{h};$$

les expressions (26), (29), (36) se réduisent à :

(Problème I. — *Vase rectangle.*)

$$(46)\quad \begin{cases} u = -\dfrac{2}{\pi h}\sum \dfrac{1}{i}\left(\displaystyle\int_0^{R_1} fx' \cos\frac{i\pi x'}{R}\,dx'\right)\sin\dfrac{i\pi x}{R}, \\ w = V + \dfrac{2}{Rh}(z-H+h)\sum\left(\displaystyle\int_0^{R_1} fx' \cos\frac{i\pi x'}{R}\,dx'\right)\cos\dfrac{i\pi x}{R}. \end{cases}$$

(Problème II. — *Vase rectangle.*)

$$(47)\quad \begin{cases} u = \dfrac{-4}{\pi h a^2 R^2 L}\sum\sum i\dfrac{\displaystyle\int_0^{R_1} dx\int_0^{L_1} dy\, f(x,y)\cos\frac{i\pi x}{R}\cos\frac{i\pi y}{L}}{\dfrac{i^2}{a^2R^2} + \dfrac{j^2}{b^2L^2}}\sin\dfrac{i\pi x}{R}\cos\dfrac{i\pi y}{L}, \\ v = \dfrac{-4}{\pi h b^2 RL^2}\sum\sum j\dfrac{\displaystyle\int_0^{R_1} dx\int_0^{L_1} dy\, f(x,y)\cos\frac{i\pi x}{R}\cos\frac{j\pi y}{L}}{\dfrac{i^2}{a^2R^2} + \dfrac{j^2}{b^2L^2}}\cos\dfrac{i\pi x}{R}\sin\dfrac{j\pi y}{L}, \\ w = V + \dfrac{4}{RLh}(z-H+h) \\ \qquad \times\sum\sum\left[\displaystyle\int_0^{R_1} dx\int_0^{L_1} dy\, f(x,y)\cos\frac{i\pi x}{R}\cos\frac{i\pi y}{L}\right]\cos\dfrac{i\pi x}{R}\cos\dfrac{j\pi x}{R}. \end{cases}$$

(Problème III. — *Vase cylindrique.*)

$$(48)\quad \begin{cases} u = \dfrac{2}{h}\sum\dfrac{1}{m^2}\dfrac{\displaystyle\int_0^{R_1} xXf(x)\,dx}{(X)^2_{x=R}}\dfrac{dX}{dx}, \\ w = V + \dfrac{2}{R^2h}(z-H+h)\sum\dfrac{\displaystyle\int_0^{R_1} xXf(x)\,dx}{(X)^2_{x=R}}X. \end{cases}$$

» Les vitesses horizontales u, v sont, dans cette hypothèse simple, indépendantes de l'ordonnée z, ou les mêmes aux divers points *de chaque verticale*.

» Et les vitesses verticales w, sur chaque ligne verticale, croissent ou décroissent de haut en bas linéairement, avec la profondeur $z-(H-h)$ des molécules au-dessous de la face supérieure de la matière.

» Le jet ou la veine, dans cette même hypothèse, peut aussi bien se rétrécir à sa sortie du vase que lorsque η^2 ou c^2 n'est pas nul; car on peut, avec des lignes matérielles verticales descendant plus ou moins bas, composer une veine dont la section horizontale aille en diminuant.

» La solution (46) relative au premier des trois problèmes aurait pu s'obtenir directement, car

$$\frac{du}{dz}=0,\quad \frac{du}{dx}+\frac{dw}{dz}=0,$$

$$(u)_{x=0}=0,\quad (u)_{x=R}=0,\quad (w)_{z=H-h}=V,$$

exigent

$$u=\psi(x) \text{ s'annulant pour } x=0 \text{ et } x=R,$$
$$w=V-(z-H+h)\psi'(x).$$

Et, pour satisfaire en outre à

$$(w)_{z=H}=\text{une fonction discontinue } F(x)=\begin{cases} f(x) & \text{de } x=0 \text{ à } x=R_1,\\ 0 & \text{de } x=R_1 \text{ à } x=R,\end{cases}$$

on ne peut que prendre

$$\psi(x)=\sum A\sin\frac{i\pi x}{R},\quad v=V+(z-H+h)\left(-\frac{\pi}{R}\sum iA\cos\frac{i\pi x}{R}\right),$$

les A étant déterminés de manière à avoir

$$F(x)-V=-\frac{\pi h}{R}\sum iA\cos\frac{i\pi x}{R} \text{ entre } x=0 \text{ et } x=R.$$

Intégrant les deux membres de 0 à R après avoir multiplié par dx, et aussi après avoir multiplié par $dx\cos\frac{i\pi x}{R}$, on a

$$\int_0^{R_1} f(x)\,dx=VR,$$

$$\int_0^{R_1} f(x)\cos\frac{i\pi x}{R}\,dx=-\frac{\pi h}{2}iA;$$

ce qui, en tirant la valeur de A, et substituant, donne bien pour u et v les expressions (46).

» On n'obtiendrait pas aussi facilement celles (47), (48) d'une manière directe, ou sans commencer par faire, comme ci-dessus, η ou c quelconques.

» 14. Toutes ces formules donnent le moyen de calculer, soit pour

$$h \text{ constant} = \mathrm{H}, \tag{49}$$

c'est-à-dire pour le cas de l'écoulement de la matière d'un vase entretenu plein, soit pour

$$h \text{ variable} = \mathrm{H} - \mathrm{V}t, \quad t = \frac{\mathrm{H} - h}{\mathrm{V}}, \tag{50}$$

c'est-à-dire pour l'écoulement varié hors du vase que vide la descente uniforme d'un piston, les vitesses

$$u, \quad v, \quad w$$

possédées, ou constamment (dans le cas $h = \mathrm{H}$) après que la permanence est établie, ou après une descente $\mathrm{H} - h$ du piston (dans le cas $h = \mathrm{H} - \mathrm{V}t$) par la molécule dans les coordonnées sont alors

$$x, \quad y, \quad z.$$

» Pour déterminer, dans l'un comme dans l'autre cas, les coordonnées actuelles x, y, z de la molécule particulière dont les coordonnées initiales étaient

$$x_0, \quad y_0, \quad z_0,$$

et pouvoir construire ainsi les trajectoires des molécules, ainsi que les *transformées*, à l'époque t, de lignes matérielles initiales quelconques, il faut intégrer depuis $t = 0$ les deux ou les trois équations simultanées

$$\frac{dx}{ds} = u, \quad \frac{dy}{dt} = v, \quad \frac{dz}{dt} = w; \tag{51}$$

ou, ce qui revient au même pour le second cas, intégrer depuis $h = \mathrm{H}$, celles

$$\frac{dx}{dh} = -\frac{u}{\mathrm{V}}, \quad \frac{dy}{ds} = -\frac{v}{\mathrm{V}}, \quad \frac{dz}{dh} = -\frac{w}{\mathrm{V}}; \tag{52}$$

u, v, w étant toujours remplacés par leurs expressions ci-dessus en x, y, z, et h ou t.

» On ne le pourra, dans le cas général de η ou c quelconque, que par approximation, en prenant pour les valeurs x_1, y_1, z_1 de x, y, z au bout d'un temps Δt très-petit, u_0, v_0, w_0 désignant les valeurs initiales (26)

ou (29) ou (36) de u, v, w avec x_0, y_0, z_0 pour x, y, z

$$(53) \qquad x_1 = x_0 + u_0\,\Delta t, \quad y_1 = y_0 + v_0\,\Delta t, \quad z_1 = z_0 + w_0\,\Delta t,$$

et en partant ensuite de x_1, v_1, z_1 comme coordonnées initiales, ou mises à la place de x, y, z pour déterminer ces coordonnées au bout d'un second laps de temps Δt, et ainsi de suite.

» Mais, dans le cas particulier (n° 13),

$$\eta = 0, \quad \text{ou} \quad \frac{du}{dy} = 0, \quad \text{partout},$$

des solutions du premier et du troisième problème, le calcul de la situation d'une molécule à une époque quelconque sera plus prompt, et plus facile à obtenir d'une manière indéfiniment approchée.

» En effet, les formules (46) (vase rectangle, à orifice aussi long que le fond), et (48) (vase cylindrique), sont de la forme suivante :

$$(54) \qquad u = \frac{1}{h} F(x), \quad w = V + \frac{z - H + h}{h} \mathcal{F}(x).$$

Or, 1° si $h = H$ (écoulement permanent), en mettant $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ pour u, w, les premières donnent

$$(55) \qquad t = H \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{F(x)};$$

d'où, par la méthode de quadrature numérique, l'on tirera une table des valeurs correspondantes de x et de t, pour la valeur initiale prise x_0 ; en sorte que, Φ désignant une fonction dont on connaît numériquement toutes les valeurs, la seconde équation peut être écrite

$$\frac{dz}{dt} - z\Phi(t) - V = 0.$$

Elle donne

$$(56) \qquad z = e^{\int_0^t \Phi t\, dt} \left(z_0 + V \int_0^t e^{-\int \Phi t\, dt}\, dt \right)$$

également calculable par quadrature.

» 2° Si $h = H - Vt$ (écoulement varié), les deux mêmes formules, soit (46), soit (48), donnent

$$(57) \qquad \frac{dx}{dh} = -\frac{1}{hV} F(x), \quad \frac{dz}{dh} = -1 - \frac{z - H + h}{hV} \mathcal{F}(x).$$

La preuve donne

$$(58)\qquad h = \mathrm{H}e^{-\mathrm{V}\int_{x_0}^{x}\frac{dx}{Fx}};$$

d'où, par quadrature numérique, une table de valeurs correspondantes des hauteurs h, auxquelles est successivement réduite la matière dans le vase qui se vide, et des abscisses correspondantes x de la molécule dont l'abscisse initiale est zéro. La seconde donne, en conséquence, ψ désignant une fonction dont on connaît numériquement toutes les valeurs,

$$\frac{dz}{dh} + \frac{\psi(h)}{\mathrm{V}h}z + 1 - \frac{\mathrm{H}-h}{\mathrm{V}h}\psi(h) = 0;$$

d'où

$$(59)\qquad z = e^{-\frac{1}{\mathrm{V}}\int_{\mathrm{H}}^{h}\frac{\psi h}{h}dh}\left[z_0 - \int_{\mathrm{H}}^{h} e^{\frac{1}{\mathrm{V}}\int_{\mathrm{H}}^{h}\frac{\psi h}{h}dh}\left(1 - \frac{\mathrm{H}-h}{\mathrm{V}h}\psi h\right)dh\right],$$

calculable aussi numériquement par quadrature.

» Les méthodes de quadrature numérique donnent le degré d'approximation qu'on veut; car, même quand elles n'indiquent pas, comme celle de M. Poncelet, la limite de l'erreur, il suffit généralement de les appliquer une fois avec une certaine division de l'abscisse et une fois avec une division double pour pouvoir compter sur les décimales que ces deux applications donnent conformes. On sait aussi que celle de Th. Simpson fournit une table d'aires répondant à une suite d'abscisses croissant par équidifférences, presque sans plus de calculs que quand on ne cherche qu'une seule aire répondant à l'abscisse la plus grande; et l'on peut même facilement faire des intercalations pour des accroissements deux fois plus petits de l'abscisse (*).

» On possédera ainsi, soit pour l'écoulement permanent, soit pour l'écoulement varié, par deux tables numériques, pour tous les temps successifs t, ou pour toutes les hauteurs décroissantes h de la matière dans le vase, les grandeurs des coordonnées x, z du point qui avait x_0, z_0 pour coordonnées initiales, dans cette hypothèse (45)

$$\frac{du}{dz} = 0$$

de *conservation de la verticalité des lignes matérielles verticales.*

(*) *Annales des Mines*, 1851, 4e série, t. XX, no 36 du Mémoire sur des formules nouvelles pour les eaux courantes.

» C'est donc par cette hypothèse, qui est (n° 1) la moitié de celle de M. Tresca, qu'il me paraît convenable de commencer les calculs et les tracés de cinématique propres à éclaircir la question si intéressante et si complexe du mouvement des divers points d'une masse liquide ou solide ductile qui s'écoule lentement, en observant les lois de continuité et de conservation des volumes; et à fournir, au moyen de la comparaison aux résultats des expériences faites, par exemple, sur des rondelles de matiere ductile soigneusement divisées en anneaux concentriques, et superposées (*voir* le Rapport et la Note du 25 juin 1868, t. LXVI, p. 1310 et 1322-1323), des documents précieux, propres à conduire à des connaissances désirables sur ce qui regarde une branche de la mécanique encore enveloppée de nuages, et que les recherches persévérantes de cet habile expérimentateur conduiront sans doute à éclaircir. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ACOUSTIQUE. — *Sur les intervalles musicaux*. Note de **MM. A. Cornu** et **E. Mercadier**, présentée par M. Jamin (1).

(Commissaires : MM. Duhamel, Fizeau, Jamin.)

« La valeur numérique des intervalles musicaux, à l'exception de l'octave et de la quinte, a toujours été, même depuis la plus haute antiquité, un sujet de discussion entre les musiciens et les géomètres.

» On peut distinguer aujourd'hui, sur ce sujet, trois opinions principales :

» La première, émise par les Pythagoriciens, consiste à affirmer que le système des intervalles musicaux résulte d'une série de quintes consécutives, et, par suite, que les valeurs numériques des intervalles (rapports de longueurs de corde ou de nombres de vibrations) sont représentées par des fractions, dont les deux termes ne contiennent que des puissances des nombres 2 et 3. Voici les valeurs pour les intervalles principaux, exprimés par des rapports de nombres de vibrations :

Octave.	Quinte.	Quarte.	Tierce majeure.	Tierce mineure.	Sixte.	Septième.
2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{2^5}{3^3}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^5}{2^7}$

(1) L'Académie a décidé que cette communication, bien que dépassant en étendue les limites réglementaires, serait insérée en entier au *Compte rendu*.

» La seconde opinion, qui semble prévaloir aujourd'hui en physique, consiste à adopter pour les rapports qui expriment ces intervalles des fractions dont les termes sont des nombres entiers simples; en voici la valeur :

Octave.	Quinte.	Quarte.	Tierce majeure.	Tierce mineure.	Sixte.	Septième.
2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$

» C'est le système de valeurs numériques que M. Helmholtz adopte dans sa *Théorie physiologique de la musique*. On voit qu'il diffère du précédent par l'adjonction d'un nouveau nombre premier, 5.

» Trois intervalles, l'octave, la quinte, la quarte, sont identiques dans les deux systèmes : les autres sont différents; mais toutes les divergences peuvent, au fond, se ramener à celle qui existe sur la tierce majeure, car il existe précisément une différence d'une tierce majeure entre la tierce mineure et la quinte, la septième et la quinte, la sixte et la quarte.

» Une troisième opinion consiste à avancer que, si ces deux systèmes sont différents, la différence est si petite, qu'elle est absolument négligeable pour l'oreille. Le tableau suivant montre que les valeurs des intervalles en litige ne diffèrent que d'un *comma*, intervalle représenté par $\frac{81}{80}$,

Tierce majeure.	Tierce mineure.	Sixte.	Septième.
$\frac{3^4}{2^6}=\frac{5}{4}\times\frac{81}{80}$	$\frac{2^5}{3^3}=\frac{6}{5}:\frac{81}{80}$	$\frac{3^3}{2^4}=\frac{5}{3}\times\frac{81}{80}$	$\frac{3^5}{2^7}=\frac{15}{8}\times\frac{81}{80}$

Aussi, dans cette opinion, la gamme accordée *avec tempérament égal* répond-elle à toutes les exigences de l'oreille, car les intervalles litigieux y sont représentés par des valeurs intermédiaires entre celles qui leur correspondent dans les deux systèmes précités.

» Cette dernière opinion n'est pas soutenable et doit être immédiatement écartée. En effet, plusieurs observateurs, notamment M. Delezenne, ont prouvé que la limite de sensibilité de l'oreille était beaucoup plus reculée, et nous avons observé nous-mêmes, ainsi qu'on le verra plus loin, que cette sensibilité permettait, dans des circonstances favorables, l'appréciation d'une différence de 1 vibration sur 1000, ce qui constitue un intervalle environ 10 fois plus petit que le comma $\frac{81}{80}$.

» Quant aux deux premières opinions, elles s'appuient l'une et l'autre sur un système de preuves expérimentales qui donne à chacune d'elles une valeur incontestable.

» Ainsi, il est impossible de ne pas admettre que l'accord de tierce donné

par deux tuyaux d'orgue ou deux anches, produit la consonnance la plus parfaite, lorsque le son résultant arrive exactement à être la double octave grave du son fondamental : si cette condition n'est pas remplie, l'accord manque de sonorité et fait même entendre des battements désagréables. Or cette condition exige que le rapport des nombres de vibrations des deux sons de l'accord soit $\frac{5}{4}$. Sur les harmoniums accordés au tempérament égal, les tierces majeures, surtout dans le registre élevé, font entendre un son résultant trop haut de presque un demi-ton, et les tierces mineures, un son résultant trop grave de la même quantité, ce qui fait que l'accord parfait sur ces instruments est toujours accompagné au grave de deux sons faux qui produisent l'effet le plus discordant. M. Helmholtz a montré, au contraire, combien est pur et sonore l'accord parfait de l'harmonium, lorsque les intervalles de la tierce et de la quinte sont rigoureusement égaux à $\frac{5}{4}$ et à $\frac{3}{2}$.

» Voilà donc une preuve qui semble irréfutable en faveur de la valeur $\frac{5}{4}$ de la tierce majeure.

» D'un autre côté, si, sur un sonomètre, on fait entendre *successivement* le son donné par la corde entière et par les $\frac{4}{5}$ de cette corde, il n'est aucun musicien qui ne déclare que cette tierce est trop basse, et que, pour satisfaire l'oreille, il ne faille raccourcir notablement la corde. La valeur $\frac{5}{4}$ de la tierce majeure serait donc maintenant trop faible (1).

» Cette conclusion se déduit aussi de l'accord ordinaire des instruments de musique les plus parfaits après la voix, savoir les instruments à cordes. On accorde, en effet, ces instruments par quintes justes : or la série de quatre intervalles de quintes que donnent, dans un quatuor ou dans un orchestre, le violoncelle, l'alto et les violons, à savoir : Ut_1, Sol_1, $Ré_2$, La_2, Mi_3, impose à la tierce majeure $Ut_1\ Mi_1$ la valeur $\frac{81}{64}$, car le Mi_1 doit être la double octave grave de Mi_3 dont l'intervalle avec Ut_1 est égal à $\left(\frac{3}{2}\right)^4$; on a donc $Ut_1\ Mi_1 = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4}{2^2} = \frac{3^4}{2^6} = \frac{81}{64}$: c'est la valeur pythagoricienne.

---

(1) On ne peut pas attribuer cette différence à une inexactitude de la loi des inverses des longueurs de cordes, car l'intervalle donné par les $\frac{2}{3}$ de la corde est une quinte parfaitement juste.

» On le voit, ce sont là deux preuves expérimentales contradictoires.

» Plusieurs physiciens, qui sont en même temps musiciens, notamment MM. Delezenne, E. Ritter, Helmholtz, ont alternativement essayé de résoudre la question dans un sens ou dans l'autre, dans la persuasion que la vérité devait se trouver dans l'une des opinions à l'exclusion de l'autre.

» Les résultats des expériences que nous avons faites à ce sujet nous ont conduits à cette conclusion, singulière au premier abord, qu'il n'y a pas lieu de déclarer faux l'un ou l'autre des deux systèmes, qu'il n'y a entre eux nulle contradiction, mais simplement confusion dans l'interprétation des expériences.

» Voici, en effet, l'énoncé de ces résultats :

» 1° Les intervalles musicaux n'appartiennent pas à un système unique, tel qu'on l'entend ordinairement, et qu'on désigne sous le nom de *gamme*.

» 2° L'oreille exige, dans la *succession* de sons formant ce que les musiciens nomment *mélodie*, des intervalles appartenant à une série de quintes et composant la gamme dite de Pythagore.

» Elle exige, au contraire, pour des sons *simultanés* formant des accords, base de l'*harmonie*, un autre système d'intervalles régi par la loi dite *des nombres simples* et dont le deuxième système, cité plus haut, donne un tableau incomplet.

» Nous sommes arrivés à ces conclusions par la mesure directe ou indirecte du nombre de vibrations des sons formant des intervalles que nous voulions étudier, et, d'après ce qui a été dit plus haut, on comprendra que c'est sur la tierce majeure que s'est surtout fixée notre attention.

» Dans nos déterminations, nous avons employé les sons produits par la voix, le violoncelle, le violon, les tuyaux d'orgue. Pour compter les vibrations, nous nous sommes servis du phonautographe. Enfin, comme mesure indirecte, nous avons répété sur le sonomètre, avec le plus grand soin, l'expérience citée plus haut.

» I. *Expériences avec la voix*. — On émettait, devant le réflecteur parabolique du phonautographe, deux sons dans le medium de la voix : la membrane, par l'intermédiaire d'une barbe de plume, traçait les vibrations correspondantes sur le cylindre de papier noirci, pendant qu'un chronographe électrique traçait simultanément des traits espacés d'une seconde. On comptait les nombres de vibrations correspondants à chaque son pendant deux secondes et on prenait leur rapport.

» II. *Expériences avec le violoncelle et le violon*. — On opérait de la même manière, en approchant la caisse de l'ouverture du réflecteur. Cette manière

d'opérer est plus précise que la précédente, parce qu'on peut vérifier à loisir l'accord des deux sons produits par deux cordes différentes, avant de les faire entendre devant le réflecteur, ce qui n'est pas possible avec la voix.

» Un autre avantage de ces instruments, c'est de pouvoir donner *simultanément* ou *successivement* les deux sons : de là deux manières de produire un intervalle; soit en écoutant (comme on le fait dans les orchestres en accordant ces instruments) l'accord *harmonique* formé par les deux sons émis simultanément, soit en écoutant leur *succession mélodique*, sans faire vibrer les cordes en même temps.

» Nous avons donc fait avec ces instruments deux séries d'expériences consistant dans la mesure des intervalles accordés *harmoniquement* ou *mélodiquement*.

» Ces deux séries nous ont conduits à deux valeurs moyennes très-différentes de la tierce majeure. La tierce accordée *harmoniquement* a été trouvée égale à 1,250, c'est-à-dire $\frac{5}{4}$ exactement. La tierce *mélodique*, plus grande que l'autre, est représentée par 1,265, valeur presque identique à celle de la fraction $\frac{81}{64} = 1,2656$: c'est la tierce pythagoricienne.

» III. *Expériences avec des tuyaux d'orgue*. — Nous avons opéré avec deux tuyaux d'orgue ouverts comme avec les instruments à cordes, le résultat a été le même : $\frac{5}{4}$ pour la tierce *harmonique ;* $\frac{81}{64}$ pour la tierce *mélodique*.

» Une vérification s'est présentée ici, grâce à la sonorité du son résultant. On parvient aisément, en réglant l'intensité relative des deux sons, à mettre en évidence des battements qu'on peut appeler du second ordre sur le son résultant. Ces battements indiquent quelle est la différence entre le nombre de vibrations du son résultant correspondant à l'accord *harmonique* $\frac{5}{4}$, et celui du son résultant correspondant à l'accord *mélodique* par exemple. En comptant le nombre de ces battements par seconde, on peut donc calculer la différence qui existe entre un intervalle *mélodique* et l'intervalle *harmonique* le plus voisin.

» Nous avons fait l'expérience avec deux tuyaux Ut_3, Mi_3 accordés *mélodiquement*. Leur son résultant donnait de huit à dix battements par seconde, c'est-à-dire que le son le plus aigu faisait huit ou dix vibrations de plus que les $\frac{5}{4}$ du nombre de vibrations du plus grave. La mesure directe

pour Ut_3 donnait 521 vibrations par seconde, dont les $\frac{5}{4}$ sont 651,2; en ajoutant 9 vibrations, on obtient 660,2, dont le rapport à 521 est 1,267, c'est-à-dire 1,265 ou $\frac{81}{64}$ à deux millièmes près. C'est une confirmation de la valeur pythagoricienne de la tierce majeure *mélodique*.

» IV. *Expériences avec le sonomètre.* — Des mesures sur le sonomètre, en se fondant sur la loi des inverses des longueurs de cordes, nous ont conduits au même résultat. Un observateur faisait résonner la corde successivement entière et raccourcie à l'aide du chevalet : l'expérience était facile, en employant un chevalet distant d'un demi-millimètre environ de la corde, ce qui était assez loin pour ne pas gêner les vibrations de la corde à vide, et assez près pour ne pas modifier sensiblement sa tension, lorsqu'on abaissait une petite pièce de bois pour la pincer sur le chevalet.

» Un observateur déplaçait le chevalet sur sa règle divisée, et modifiait sa position jusqu'à ce que l'autre observateur, sans regarder le sonomètre, fût satisfait de la justesse de l'intervalle qui se trouvait être ainsi un intervalle *mélodique*.

» Comme vérification, on déterminait directement de la même manière la position des nœuds correspondant aux sons harmoniques octaves supérieures de la tierce et de la quinte: ces nœuds occupaient, à un millième près, la position assignée par la loi des inverses des longueurs de cordes: cette détermination indirecte de la valeur des intervalles doit donc donner une approximation de même ordre.

» Ces mesures nous ont fourni une valeur de la tierce *mélodique* qui est même un peu plus grande que $\frac{81}{64}$, quoique fort peu, 1,27.

» Nous avons pu, à cette occasion, vérifier combien est grande la sensibilité de l'oreille et lever ainsi les deux objections suivantes: 1° l'oreille peut-elle apprécier nettement le *comma* et les fractions de comma? 2° N'y a-t-il pas de divergences notables dans l'appréciation des mêmes intervalles par divers musiciens? Or, un déplacement du chevalet de moins d'un millimètre sur une corde d'un mètre a toujours été appréciée sans difficulté par un grand nombre de musiciens qui ont bien voulu nous prêter leur concours, et tous, sans connaître le but de nos expériences, ont fixé à un millimètre près à droite ou à gauche la position du chevalet à la place correspondant à la tierce pythagoricienne $\frac{81}{64}$.

» Ajoutons que nos expériences ont porté, dans tous les cas, et en même

temps, sur la quinte, intervalle fondamental de l'accord des instruments à cordes, et dont la valeur $\frac{3}{2}$, pas plus que celle de l'octave 2, n'a jamais été contestée. Nous avons trouvé que la valeur de cet intervalle ne variait pas, qu'on le produisît *harmoniquement* ou *mélodiquement*.

Tableau résumé des expériences.

Sons produits	Tierce majeure		Quinte	
	harmonique.	mélodique.	harmonique.	mélodique.
Par la voix.........	»	1,260	»	1,497
» le violoncelle....	1,251	1,266	1,449	1,508
» le violon	1,249	1,264	1,504	1,504
» les tuyaux d'orgue.	1,252	1,267	1,493	1,497
» le sonomètre.....	»	1,271	»	1,500
Moyenne observée....	1,251	1,266	1,499	1,501
Nombres calculés.....	$\frac{5}{4} = 1,250$	$\frac{81}{64} = 1,2656$	$\frac{3}{2} = 1,500$	1,500

» Les petites variations des nombres ci-dessus autour de leurs moyennes proviennent beaucoup plutôt de la difficulté d'obtenir, pour les sons à comparer, des timbres et des intensités parfaitement identiques, que du défaut de délicatesse de l'oreille. C'est ce qu'on peut observer spécialement avec le sonomètre, lorsqu'on fait résonner la corde sans précautions; les sons un peu sourds paraissent toujours graves, et les sons chargés d'harmoniques aigus, un peu élevés.

» En résumé, ces expériences conduisent donc à admettre : que l'oreille exige dans la succession *mélodique* de deux sons à la tierce majeure un intervalle *plus aigu* que lorsqu'on fait entendre les deux sons *simultanément*. Quant à la quinte, l'oreille admet pour la mélodie le même intervalle que pour l'harmonie.

» Quoique nous nous soyons contentés d'étudier seulement ces deux intervalles musicaux, nous pouvons étendre ces conclusions à tous les autres. Par exemple, l'intervalle de quarte, qui se déduit de celui de quinte, l'octave étant égal à 2, doit jouir, comme la quinte et l'octave, de la propriété d'être à la fois intervalle *mélodique* et *harmonique;* la tierce mineure, au contraire, qui se déduit de la tierce majeure et de la quinte, doit posséder deux valeurs numériques comme la tierce majeure (1). Nous l'avons vérifié

---

(1) On verra, dans une prochaine communication, qu'il existe encore une troisième valeur pour cet intervalle.

très-nettement par l'expérience suivante, que les musiciens peuvent aisément répéter. Si l'on joue *successivement* sur un violon ou un violoncelle, accordés comme d'habitude, les trois sons qui constituent un accord parfait, en employant de préférence les deux cordes les plus aiguës, à vide, pour produire la quinte, le son intermédiaire, qui forme ainsi avec le premier une tierce majeure *mélodique*, donne avec le troisième son, si on les fait entendre simultanément, une tierce mineure *harmonique* tout à fait discordante, qui devient excellente si l'on baisse convenablement le son intermédiaire. Inversement, si, l'on produit celui-ci par la condition de donner avec le son aigu une agréable tierce mineure *harmonique*, il forme avec le son grave une tierce majeure *mélodique* trop faible.

» Nous espérons que l'Académie voudra bien nous permettre de lui exposer de nouvelles conséquences de ces recherches, dans une prochaine communication. »

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur l'existence du pouvoir rotatoire dans les cristaux de benzile; par* **M. Des Cloizeaux.**

(Renvoi à la Section de Minéralogie.)

« On sait que le pouvoir rotatoire n'a jusqu'ici été reconnu, d'une manière certaine, que dans un très-petit nombre de substances cristallisées. Cette remarquable propriété, découverte par Arago, en 1811, dans les cristaux de quartz, a été constatée en 1854 par M. le Dr Marbach dans le chlorate de soude, le bromate de soude et l'acétate d'urane et de soude, corps appartenant tous trois au système régulier; je l'ai signalée moi-même, en 1857, dans les cristaux rhomboédriques du cinabre et dans les cristaux quadratiques du sulfate de strychnine à 13 équivalents d'eau. On doit aux importantes recherches de Biot la connaissance de la loi que le phénomène suit dans le quartz, et à celles d'Herschel l'énoncé de la règle qui, dans ce minéral, lie le sens général de la rotation avec la position de certaines formes affectées de l'hémiédrie plagièdre. M. Marbach a trouvé une relation analogue pour les cristaux de chlorate de soude. Quant aux cristaux de cinabre, qui offrent, comme le quartz, tantôt une rotation droite, tantôt une rotation gauche, et à ceux de sulfate de strychnine, qui sont tous lévogyres, aucun n'a présenté, jusqu'à ce jour, la moindre apparence d'hémiédrie.

» J'ai l'honneur d'annoncer aujourd'hui à l'Académie que je viens de

découvrir l'existence du pouvoir rotatoire dans les cristaux de *benzile* ($C^{14}H^{10}O^2$), corps obtenu par Laurent, en 1835, parmi les dérivés de l'essence d'amandes amères, et qui a été l'objet de nombreux travaux chimiques de sa part et de la part de M. Zinin.

» Les cristaux sur lesquels j'ai pu opérer ont été préparés par M. Zinin à Saint-Pétersbourg. Leurs dimensions, peu ordinaires, dépassent 13 millimètres de longueur sur 7 millimètres de diamètre; leur couleur est le jaune de soufre; ils sont très-tendres (dureté = 1,5) et très-fragiles; leur densité est de 1,23 à 15 degrés centigrades; leur transparence est assez grande et leur structure intérieure assez homogène pour qu'on puisse les soumettre à toutes les épreuves de la lumière polarisée.

» Comme l'a indiqué Laurent, la forme du benzile est celle d'un prisme hexagonal régulier basé; trois arêtes alternes de la base sont remplacées par les faces d'un rhomboèdre aigu d'environ 80 degrés; les trois autres arêtes portent une double troncature composée de l'équiaxe b^1 et de l'inverse $e^{\frac{1}{2}}$.

» Les angles calculés, comparés aux angles mesurés, sont :

Angles calculés.	Angles mesurés.
$^*a^1 p = 118°0'$	118° moyen.
$a^1 e^2 = 90°$	90°.
$p e^2 = 152°$	152° 1' moyen.
$a^1 b^1 = 136°47'$	137° 1' moyen.
$a^1 e^{\frac{1}{2}} = 118°0'$	117°20' à 118°.
$b^1 e^2 = 133°14'$	133°9'.
$p b^1 = 130°7'$	129°42'.
$pp = 80°14'$ arête culminante	80°0'.
$b^1 b^1 = 107°14'$ arête culminante	107°21'.
$e^{\frac{1}{2}} e^{\frac{1}{2}} = 80°14'$ arête culminante	»

Angle plan du sommet = 78° 13′ 58″.

» Le plus minutieux examen des cristaux que j'ai reçus de M. Zinin ne m'a révélé aucune trace de formes hémièdres; mais il y aura lieu de rechercher si l'hémiédrie ne se produira pas en faisant varier les conditions de la cristallisation et en employant les moyens indiqués par M. Pasteur pour la provoquer artificiellement.

» J'ai reconnu que le pouvoir rotatoire de ces cristaux est un peu plus grand que celui du quartz. D'après la moyenne d'un grand nombre d'observations faites sur trois plaques normales à l'axe principal, et dont les épaisseurs étaient respectivement : $2^{mm},416$; $2^{mm},830$; $4^{mm},085$, j'ai trouvé,

à l'aide de la lumière jaune de la soude (1), que 1 millimètre de benzile correspond à $1^{mm},15$ de quartz.

» Par suite, une plaque normale à l'axe, d'environ 3 millimètres d'épaisseur, examinée dans l'appareil à tourmalines, ou mieux, au microscope polarisant, montre une nombreuse série d'anneaux concentriques au centre desquels manque totalement la croix noire caractéristique des cristaux biréfringents à un axe. Si l'on tourne l'analyseur de gauche à droite, les anneaux paraissent se dilater, et la tache centrale, qui remplace la croix noire, passe par la même succession de teintes qu'elle offrirait dans un quartz dextrogyre. Jusqu'à présent, les cristaux sur lesquels a porté mon examen (quatre ou cinq seulement) possèdent tous la rotation *droite*. L'avenir décidera s'il en existe de lévogyres.

» La double réfraction des cristaux de benzile est très-forte et *positive*. Les indices, *ordinaire* et *extraordinaire*, sont, à 14°C., pour la raie D :

$$\omega = 1,6588, \quad \varepsilon = 1,6784.$$

» Leur dilatation est aussi très-considérable. M. Fizeau a trouvé qu'elle était égale à environ neuf fois et demie celle du platine dans la direction de l'axe, et à environ cinq fois celle de ce métal normalement à l'axe. Contrairement à ce qui a lieu dans le quartz, le rhomboèdre primitif de 80° 14′ devient donc encore plus aigu lorsque la température du corps s'élève.

» La petite quantité de matière dont je dispose en ce moment ne m'a pas encore permis de rechercher si la dissolution alcoolique (le benzile est insoluble dans l'eau) dévie ou non le plan de polarisation. Cette recherche est d'autant plus intéressante à faire que jusqu'ici le sulfate de strychnine est le *seul corps* qui possède à la fois le pouvoir rotatoire en dissolution et en cristaux. J'aurai donc soin de l'entreprendre le plus tôt possible, et j'aurai l'honneur d'en communiquer les résultats à l'Académie. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur l'emploi du tungstate de baryte dans la peinture.* Extrait d'une Lettre adressée à M. Dumas par **M. Sacc.**

(Renvoi à la Section de Chimie.)

« Un peintre de paysages, désespéré de ne pouvoir employer le blanc de zinc parce qu'il ne couvre pas, et de voir se foncer rapidement toutes les

(1) D'après les déterminations de M. Fizeau, publiées dans son *Mémoire sur le cristal de roche*, de 1864, j'ai admis que 1 millimètre de quartz dévie le plan de polarisation de 21°,76 pour la raie D du sodium.

couleurs auxquelles il mêlait du blanc de plomb, m'a demandé de lui trouver un nouveau blanc, couvrant aussi bien que le blanc de plomb et aussi inaltérable que le blanc de zinc. J'ai passé sans succès en revue toute la série de nos combinaisons insolubles blanches; aucune ne couvrait aussi bien que le blanc de plomb; cependant, en considérant que les sels barytiques couvraient assez bien et que l'acide tungstique couvrait parfaitement, j'eus l'idée d'essayer le tungstate de baryte : l'effet répondit à mes espérances. Depuis trois mois, le blanc de tungstène est employé par le peintre qui a provoqué ces essais, pour l'aquarelle, la peinture à l'huile et la chromolithographie, partout avec le plus grand succès; nous avons même réussi à faire des impressions blanches sur fond noir. On arrivera donc ainsi à remplacer le blanc de plomb, qui est si vénéneux, par une matière innocente. Ma nouvelle couleur est fabriquée en grand à Paris, par M. E. Rousseau. »

M. H. **Magnan** adresse une « Note sur la base des formations secondaires des bords du plateau central de la France, entre les vallées de la Vère et du Lot. Découverte du permien, du muschelkalk et de l'infra-lias ».

(Commissaires : MM. Ch. Sainte-Claire Deville, de Verneuil.)

MM. **Tabourin** et **Lemaire** adressent divers documents à l'appui du « Mémoire sur la régénération de l'arsenic employé dans la fabrication de la fuchsine » qui a été présenté par eux pour le concours des Arts insalubres.

(Renvoi à la Commission des Arts insalubres.)

M. R. **Gambaro** adresse de Gênes un spécimen d'écriture, fait avec une encre qu'il considère comme indélébile.

(Renvoi à la Section de Chimie.)

M. **d'Abbadie** est adjoint à la Commission nommée pour examiner la Note de *M. Duboscq*, sur le photographomètre de M. Aug. Chevalier.

Cette Commission se composera ainsi de MM. Regnault, Fizeau, d'Abbadie.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de la Guerre informe l'Académie que les magasins à poudre des forts et batteries à la mer de la rade de Cherbourg, situés dans des casemates du rez-de-chaussée, n'ont pas été munis de paratonnerres. On a cru pouvoir ici déroger aux règlements, par la raison que ces magasins se trouvent engagés dans d'épais massifs de construction, dont les maçonneries conduisent mal l'électricité, tandis que l'eau de mer jouit à un haut degré de la propriété inverse. Les ouvrages dont il s'agit ont, d'ailleurs, une faible hauteur au-dessus du niveau de la mer. Enfin, l'expérience apprend que la foudre est tombée fréquemment dans la rade, tandis qu'on ne connaît pas d'exemples d'accidents causés par le tonnerre dans les forts voisins. Cependant M. le Ministre désire connaître à cet égard l'opinion de l'Académie, à laquelle les cas semblables à celui qui se présente pour les forts de Cherbourg n'ont pas encore été exposés.

(Renvoi à la Commission des Paratonnerres.)

ASTRONOMIE. — *Résumé des notions acquises sur la constitution du Soleil; par* **M. Janssen.** (Extrait d'une Lettre à M. Dumas.)

« Simla (Himalaya), 8 janvier 1869.

» Vous savez, Monsieur, quel était jusqu'ici l'état de nos connaissances sur le Soleil. L'ensemble des travaux modernes, résumés et interprétés d'une manière si remarquable par la théorie de M. Faye, conduisait à considérer le Soleil comme un globe essentiellement gazeux, dont la température propre est si élevée, qu'aucun corps ne peut y exister qu'à l'état gazéiforme le plus prononcé. Or on sait que les gaz, alors même qu'ils sont portés à une très-haute température, sont faiblement lumineux. Le globe solaire gazeux émettrait donc par lui-même très-peu de lumière; mais le rayonnement vers les espaces célestes a produit un refroidissement superficiel, qui a amené par voie de condensation les éléments gazeux de ces régions à l'état de poussière solide ou liquide. Cette poussière joue le rôle du carbone, de la chaux, de la magnésie dans nos flammes artificielles : elle rayonne énergiquement. Ainsi, par l'effet d'un abaissement relatif de température, le globe gazeux s'entoure d'une enveloppe très-lumineuse : c'est la photosphère, c'est la partie visible du Soleil, c'est l'astre proprement dit.

» Cette photosphère seule a été étudiée. C'est même par les travaux si

persévérants, si attentifs, si bien interprétés dont elle a été l'objet, qu'on est arrivé à se former sur le Soleil les notions générales que j'expose ici. Dans l'étude de la photosphère, celle des taches tient la première place. Ces déchirures de l'enveloppe lumineuse, dont le diamètre est souvent double ou triple de celui de notre Terre, permettent de constater l'obscurité relative du noyau gazeux central; leurs mouvements ont révélé les lois de la rotation superficielle du Soleil, rotation dont la vitesse est variable suivant les latitudes, et fournissent ainsi une des preuves les plus frappantes de l'état gazeux de l'astre. C'est aussi l'étude des taches qui a conduit les astronomes à admettre une atmosphère autour de l'enveloppe lumineuse. Mais cette atmosphère, dont l'existence était révélée par des phénomènes de réfraction observés sur la photosphère et par des effets d'absorption constatés sur les bords du disque solaire, n'était pas connue directement : sa nature, sa hauteur, sa composition étaient l'objet des assertions les plus contradictoires. Quant à ces singuliers appendices lumineux qui avaient été observés pendant les dernières éclipses totales, on ne savait absolument rien à leur égard.

» Les choses en étaient là, quand la grande éclipse du 18 août dernier vint nous offrir l'occasion d'appliquer, pour la première fois, nos nouvelles méthodes d'analyse à l'étude de ces phénomènes.

» L'analyse de la lumière des protubérances nous révéla tout d'abord leur nature gazeuse et leur espèce chimique. Ces grands appendices sont presque exclusivement formés d'hydrogène incandescent. Le spectre est ici tellement remarquable, les quelques faisceaux lumineux auxquels il se réduit sont si intenses, que l'idée bien naturelle de retrouver ces belles lignes en dehors des éclipses me vint aussitôt. Vous savez, Monsieur, comment cette remarque est devenue pour moi le point de départ d'une méthode pour l'étude journalière des protubérances solaires. Cette étude je l'ai reprise à Simla, et j'ai cherché tout d'abord quels pouvaient être les rapports des protubérances et de la photosphère.

» Pour un observateur prévenu et un peu exercé, les raies protubérantielles sont faciles à voir, surtout quand la protubérance étudiée est très-saillante; mais quand on s'approche du disque éblouissant, elles se perçoivent beaucoup plus difficilement, jusqu'au moment où l'énorme intensité de la lumière solaire les éclipse tout à fait et amène même le phénomène de l'interversion, les raies brillantes C, F, etc., devenant les mêmes raies obscures du spectre solaire. Or, voulant étudier à la surface même de

la photosphère, j'ai cherché des dispositions qui permissent d'éliminer le plus possible la lumière étrangère du Soleil. Je suis parvenu à ce but en isolant dans le champ du spectre la région où les raies protubérantielles doivent se produire, soit par des verres d'une teinte bien appropriée, soit par des diaphragmes opaques ou semi-transparents. Enfin, au lieu de placer la fente du spectroscope normalement au disque, je lui donne la position osculatrice, approchant peu à peu du Soleil, jusqu'au moment où les parties saillantes de la photosphère viennent rayer le champ spectral et réalisent le phénomène connu des astronomes sous le nom de *grains de chapelet*.

» L'emploi de cette méthode m'a conduit à découvrir la matière protubérantielle sur tout le contour du disque solaire, où elle forme comme un anneau continu dont les protubérances ne sont que les portions les plus saillantes.

» Il faut une atmosphère très-pure pour suivre ainsi, jusque sur la photosphère elle-même, les traces délicates de ces phénomènes lumineux; mais, quand les conditions de l'observation sont favorables, on obtient indubitablement le résultat que j'annonce, à tout instant du jour et quel que soit le point du disque sur lequel on fasse porter l'examen. »

« **M. Élie de Beaumont** fait observer que l'instrument construit et appliqué par M. Janssen présente plusieurs traits de ressemblance avec l'*Éclipsiostat universel* de M. Zantedeschi, décrit par le savant professeur de Padoue dans une Lettre en date du 9 novembre 1868, lue dans la séance du 21 décembre (1).

» Au moment où cette Lettre était communiquée à l'Académie, M. Janssen employait son propre instrument à Simla, pour les belles observations qui viennent d'être analysées. Il n'est peut-être pas sans intérêt de remarquer que l'éclipse du 18 août a inspiré des idées analogues à deux physiciens qui, se trouvant l'un dans l'Inde et l'autre en Italie, n'ont pu avoir entre eux aucune communication. »

M. Le Verrier, après avoir entendu la lecture de la Lettre de *M. Janssen* sur la constitution du Soleil, demande la parole et s'exprime comme il suit :

« Dans la dernière séance, le P. Secchi a adressé une intéressante communication sur une relation qui existe entre les protubérances et les taches

(1) *Comptes rendus*, t. LXVII, p. 1237 (séance du 21 décembre 1868).

solaires. Déjà le *Compte rendu* de la séance du 18 janvier contenait une communication de M. Janssen sur ce sujet.

» L'Académie a reçu en outre une dépêche télégraphique de M. Janssen ainsi conçue : « Les lignes de l'hydrogène sont visibles sur toute la circon-» férence du Soleil ; les protubérances ne sont que des parties élevées de » cette atmosphère hydrogénée. »

» Ces communications et une Lettre de M. Angelot *sur l'Atmosphère solaire* donnèrent lieu lundi dernier à une discussion entre MM. Élie de Beaumont, Faye et Ch. Sainte-Claire Deville. J'y mêlai moi-même quelques mots que je n'ai pas insérés au *Compte rendu* de la séance, me réservant d'y revenir aujourd'hui et de donner plus de précision à mes remarques.

» La théorie qui consiste à considérer le Soleil, pour sa partie lumineuse, comme un globe incandescent, recouvert par une petite atmosphère gazeuse à laquelle sont dus une partie des phénomènes qu'on observe à la surface de l'astre, a été établie d'une manière certaine sur les observations de l'éclipse totale de Soleil qui eut lieu en 1860. Le titre de gloire des observateurs de 1868, et en particulier de MM. Janssen et Rayet, est d'avoir reconnu la nature de cette atmosphère. En parvenant de plus à observer en tous temps les phénomènes qu'on n'avait pu jusque-là constater qu'au moment des éclipses totales de Soleil, M. Janssen a rendu à la science un service qu'elle ne saurait trop apprécier.

» L'Académie me permettra de rappeler ce qui avait été dit en 1860 de la constitution du Soleil. Les passages dont je vais lui donner lecture sont extraits de Rapports, que j'ai faits en 1860 au Ministre de l'Instruction publique, à la suite de l'observation de l'éclipse à Tarrazona, où je me trouvais avec M. Léon Foucault; Rapports qui ont été insérés au *Moniteur*, le premier en juillet 1860, le second en août de la même année.

» Voici d'abord un passage relatif aux observations :

» Le moment où devait cesser l'obscurité totale approchait : pour ne pas » manquer la mesure du temps de cette phase importante, je dirigeai à l'a-» vance l'instrument vers le point où elle devait se produire, et, dans les » vingt secondes pendant lesquelles j'attendis le retour des premiers rayons » directs du Soleil, je recueillis la partie la plus importante peut-être de » mon observation.

» Ce bord du disque, que j'avais trouvé deux minutes auparavant par-» faitement blanc, était maintenant teinté par un léger filet d'une épais-» seur inappréciable et d'un rouge pourpre; or, à mesure que les secondes

» s'écoulaient, ce filet grandissait peu à peu et formait bientôt autour du
» disque noir de la Lune, sur une étendue de 30 degrés environ, une bor-
» dure rouge d'une épaisseur parfaitement définie et croissante, et dont le
» contour était irrégulier à la partie supérieure.

» En même temps, l'éclat de la portion de la couronne qui, pendant les
» dernières secondes, émergeait de dessous le disque de la Lune, s'exaltait
» avec une telle rapidité, que j'étais dans le doute si je ne revoyais pas la
» lumière du Soleil. Ce ne fut qu'à la réapparition d'un rayon direct, dont
» la vivacité effaça à son tour celle de la couronne, que je fus sûr de la na-
» ture des trois phénomènes qui s'étaient à la fois passés sous mes yeux, et
» que je résume ainsi :

« 1° La partie visible de la surface émergente du Soleil, dans toute son
» étendue et jusqu'à une hauteur de 7 à 8 secondes, était recouverte d'une
» couche de nuages rouges que l'on voyait s'accroître en épaisseur à
» mesure qu'ils sortaient de dessous le disque de la Lune. Faut-il croire
» que la surface entière de l'astre en est parsemée jusqu'à une faible hau-
» teur comme elle est semée de facules, et que les nuages roses en sont des
» émanations comme les taches qui apparaissent sur le disque de l'astre?

» 2° L'intensité de la lumière de la couronne, lumière toujours parfai-
» tement blanche, varie avec une très-grande rapidité dans le voisinage
» immédiat du disque du Soleil.

» 3° La réapparition de la lumière directe du Soleil a eu lieu à $3^h 0^m 49^s,0$.
» L'obscurité totale avait duré $3^m 14^s,3$. »

» Transcrivons maintenant un passage du Rapport dans lequel, comme je le dis, M. Léon Foucault rend lui-même compte de ses observations :

« Aussitôt après la disparition du dernier rayon de lumière directe, on
» a mis au foyer une première plaque qui a été impressionnée pendant
» dix secondes. Puis on l'a remplacée par une deuxième qui est restée
» vingt secondes, et enfin une troisième plaque est demeurée soixante
» secondes. Au sortir de la chambre noire, les trois plaques ont été traitées
» par le sulfate de fer et le cyanure de potassium dans le but d'en obtenir
» des épreuves *positives directes*. Dans la précipitation des manœuvres, des
» déplacements ont été involontairement imprimés au châssis qui portait
» la première plaque alors que l'objectif était déjà démasqué; il en est
» résulté plusieurs images qui se sont formées accidentellement en des
» temps très-courts et qui fournissent à la discussion des éléments précieux
» et inattendus. En somme, sur les trois plaques, on a obtenu six images

» distinctes dont trois se sont formées en des temps qui n'ont pas dû
» excéder un quart de seconde et dont les trois autres résultent d'impres-
» sions qui ont duré 10, 20 et 60 secondes.

» Les trois images formées en une fraction de seconde au moment où le
» Soleil venait de disparaître n'offrent pas une représentation complète de
» l'auréole; elles se réduisent à une circonférence de cercle entourant le
» disque obscur de la Lune, et présentant des variations d'intensité qui,
» trois fois reproduites, ne sauraient être attribuées à des accidents de la
» préparation. Du côté où venait d'avoir lieu le contact intérieur, ce con-
» tour circulaire accuse un renforcement d'intensité, ce qui confirme d'une
» manière authentique l'impression déjà signalée par M. Le Verrier..... »

» Discutant alors les résultats des observations, M. Foucault conclut ainsi :

« Laissons donc, *jusqu'à plus ample examen*, les protubérances au Soleil,
» l'auréole au pur espace où la diffraction s'opère, et attribuons à l'in-
» fluence de notre propre atmosphère les belles teintes cuivrées dont l'hori-
» zon tout entier se colore au moment où l'observateur est atteint par le
» cône d'ombre. »

» Dans le second Rapport, daté de Paris 2 août, j'examine plus à fond et dans les termes suivants, les conditions que les observations de l'éclipse nous ont révélées :

« J'arrive à la constitution physique du Soleil. Une refonte ou même un
» abandon complet de la théorie qu'on avait admise jusqu'ici me paraissent
» nécessaires. Il y a lieu de beaucoup simplifier.

» On nous assurait que le Soleil était composé d'un globe central et
» obscur; qu'au-dessus de ce globe se trouvait une immense atmosphère de
» nuages sombres; plus haut encore on plaçait la photosphère, enveloppe
» gazeuse, lumineuse par elle-même, source de l'éclat et de la chaleur du So-
» leil. Lorsque les nuages de la photosphère se déchirent, disait-on, on
» peut apercevoir le noyau obscur du Soleil; de là les taches qui se pré-
» sentent fréquemment. A cette constitution si complexe on eût dû ajouter
» une troisième enveloppe formée de l'ensemble des nuages roses.

» Or, je crains que la plupart de ces enveloppes ne soient de pures fic-
» tions; que le Soleil ne soit simplement un corps lumineux, en raison de
» sa haute température, et recouvert par une couche continue de la matière
» rose dont on connaît aujourdhui l'existence. L'astre, ainsi formé d'un

» corps central, liquide ou solide, recouvert d'une atmosphère, rentre dans » la loi commune de la constitution des corps célestes.

» Lorsqu'on eut observé deux protubérances roses, pendant l'éclipse » totale du 8 juillet 1842, on se trouva, suivant l'expression d'Arago, *mis » sur la trace d'une troisième enveloppe située au-dessus de la photosphère » et formée de nuages obscurs ou faiblement lumineux :* mais on ne savait » point encore d'où ces nuages roses pouvaient provenir. Il paraît clair » aujourd'hui qu'ils émanent accidentellement d'une couche de matière » qui recouvre toute la surface du Soleil jusqu'à une hauteur de 8 à 10 se- » condes, égale à la deux centième partie de l'astre. J'ai nettement dis- » tingué cette couche à l'ouest et sur une grande étendue, au moment de » l'émersion. M. Ismaïl l'a signalée à l'est après l'immersion. Mais ce n'est » pas tout. Lorsqu'on consulte les relations des anciennes éclipses totales, » on reconnaît que les observateurs munis de bons instruments, et qui ne » se servaient pas de verres rouges, ont toujours indiqué l'apparition » d'une bordure pourpre, lorsque les circonstances permettaient de la » découvrir; c'est-à-dire lorsque le bord du disque du Soleil se trouvait » pendant la totalité de l'éclipse à un petit nombre de secondes du bord » du disque de la Lune, à l'est ou à l'ouest, au nord ou au sud.

» Ainsi, l'existence d'une couche de matière rose, et en partie transpa- » rente, recouvrant toute la surface du Soleil, est un fait constaté par les » observations.

» L'observation montre encore que certaines parties de cette couche de » matière s'élèvent fréquemment au-dessus du niveau habituel, et forment » des appendices nuageux qui ne sont que des émanations de l'atmosphère » du Soleil et ont la même couleur qu'elle. Je n'ai pas à examiner com- » ment s'opère cette élévation momentanée de la matière. Quelle que soit » la constitution du noyau du Soleil, solide ou liquide, la surface et l'in- » térieur de l'astre doivent être au moins aussi tourmentés que la surface » et l'intérieur de la Terre, et il n'y doit manquer ni de trombes, ni de » phénomènes électriques, ni de volcans capables de produire les mouve- » ments observés. Ce qui est établi, c'est que les protubérances roses iso- » lées ne sont plus qu'un accident secondaire d'une couche atmosphérique » qui entoure le noyau lumineux du Soleil. Cette atmosphère n'a pas par- » tout la même épaisseur. La bande observée au moment de l'émersion » était irrégulière et dentelée à sa partie supérieure.

» Cette constitution du Soleil étant admise, voyons comment en découle » l'explication des phénomènes apparents observés sur le disque.

» Si l'on considère à distance une sphère lumineuse dont chaque partie » brille d'un même éclat intrinsèque et dont la lumière nous parvienne » directement, chacun des points de cette sphère apparaîtra avec la même » intensité. Il en sera autrement lorsque la lumière traversera une atmo- » sphère obscure et absorbante entourant la sphère lumineuse. Alors la » lumière émanée des bords paraîtra plus faible que celle qui nous viendra » du centre. Nous trouverons donc dans l'intensité relative de la lumière » des divers points du Soleil un moyen de vérifier si le noyau lumineux » est effectivement environné d'une atmosphère.

» Il est surprenant de voir comment s'était accréditée l'opinion que » tous les points du disque du Soleil nous offraient le même éclat, et l'on » se demande si cette assertion n'était pas uniquement basée sur une » théorie préconçue de la prétendue photosphère. On a cependant pro- » cédé à des mesures, et il a été prouvé que l'éclat des bords du disque du » Soleil n'est pas la moitié de celui du centre. Citons, à cet égard, une » curieuse expérience faite par M. Chacornac, dont j'ai été témoin et qui » tient essentiellement à notre sujet. Une pénombre très-intense se mon- » trait sur le centre du disque du Soleil, et elle paraissait fort obscure » comparée à la lumière des parties environnantes de l'astre. Or, lorsqu'on » cachait tout le Soleil avec un écran, à l'exception de la tache que nous » venons de mentionner et d'une partie du disque située dans les environs » du bord, on était étonné d'avoir à constater que la tache était plus lumi- » neuse que le bord de l'astre. Contentons-nous d'en conclure que, l'éclat » de la tache se trouvant compris entre l'éclat du centre et celui des bords » du disque, la lumière du centre était incontestablement supérieure à » celle des bords.

» D'où il suit qu'on ne peut pas continuer à admettre que le Soleil soit » composé de couches nuageuses et enveloppées dans une photosphère; » mais qu'il faut renverser cette constitution et placer simplement une » atmosphère au-dessus d'un globe lumineux, comme le montre d'ailleurs » l'observation des éclipses totales. Les rayons de l'astre nous arrivent » éteints en partie, mais beaucoup plus sur les bords qu'au centre. La me- » sure de l'extinction nous fera connaître le pouvoir absorbant de l'atmo- » sphère. En ne tenant pas compte de l'illumination qu'éprouvent ses par- » ties, on trouve qu'au centre elle arrêterait le tiers des rayons émanés du » noyau du Soleil.

» D'un autre côté, il résulte de l'observation des nuages solaires que la » matière de l'atmosphère s'accumule quelquefois en quantités plus consi-

» dérables sur certains points; et, comme la lumière de la partie corres-
» pondante du Soleil peut se trouver plus ou moins éteinte, on arrive à une
» explication naturelle de l'existence des taches à la surface de l'astre. Ces
» taches offriront les contours et les aspects les plus variés, et leurs formes
» changeront rapidement, ainsi que l'observation le constate et comme
» cela doit être dès qu'elles sont produites par des nuages. . . . . »

» Tels sont les faits que la considération attentive de l'éclipse totale de 1860 avait permis d'établir. Avec des moyens nouveaux et plus parfaits d'observation on les a confirmés en 1868 et de plus on a fait un pas immense en avant. On sait que la petite atmosphère qui entoure le globe du Soleil contient dans toutes ses parties de l'hydrogène. Aujourd'hui même, dans une Note que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie au nom de M. Rayet, cet habile physicien établit que la raie jaune se voit sur tout le contour du Soleil et conclut que le gaz incandescent auquel elle correspond est, au même titre que l'hydrogène, un des éléments constitutifs de l'atmosphère solaire; on ne sait point quel est ce gaz, la raie jaune dont il s'agit ne coïncidant pas avec la raie jaune habituelle du sodium. »

ASTRONOMIE. — *Sur la réfrangibilité de la raie jaune brillante de l'atmosphère solaire.* Note de **M. G. Rayet**, présentée par M. Le Verrier.

« La non-coïncidence de la ligne jaune brillante du spectre des protubérances avec la double ligne D du spectre solaire a été signalée, par le Lieutenant Herschel dès le 19 août, puis par M. Lockyer (*Comptes rendus*, 26 octobre 1868), par le R. P. Secchi (*Comptes rendus*, 23 novembre 1868), et, enfin, par M. Janssen; elle est plus réfrangible que D; M. Lockyer et le R. P. Secchi ont donné de sa position deux mesures différentes.

» Dans ces derniers temps, en faisant usage d'un spectroscope très-dispersif et d'un micromètre à fils d'araignée, j'ai pu déterminer d'une manière très-exacte la position de cette ligne brillante. En prenant pour unité la distance D′D″ des deux lignes du groupe D, on trouve pour valeur de la distance de la ligne brillante à D″, la plus réfrangible des raies D, le nombre 2,49. L'erreur probable de ce résultat est moindre que 0,03.

» La ligne brillante jaune correspond à la division 1016,8 de l'échelle du spectre de Kirchhoff. En adoptant pour longueur d'onde des lignes D′ et D″ $0^{mm},00059053$ et $0^{mm},00058988$, celle de la ligne brillante est $0^{mm},00058827$.

» La ligne jaune se voit sur tout le pourtour du disque solaire avec une facilité au moins aussi grande que les trois lignes de l'hydrogène; le gaz

incandescent auquel elle correspond est donc, au même titre que l'hydrogène, un des éléments constitutifs de l'atmosphère solaire. Dans le point où se montre la ligne brillante, on n'a encore su voir aucune ligne noire.

» La méthode expérimentale qui me sert à voir chaque jour les lignes brillantes de l'atmosphère solaire est des plus simples. J'emploie pour cela l'équatorial de la Tour ouest dont la lunette a une longueur focale de 5 mètres et dont je diaphragme l'objectif à 8 centimètres d'ouverture. La lunette devient ainsi parfaitement achromatique et la différence entre l'éclat de l'image du disque solaire et celui de son atmosphère se trouve considérablement réduite.

» Au foyer principal, là où est l'image nette du Soleil, vient se placer la fente très-étroite du spectroscope à vision directe. La lunette astronomique qui dans ce dernier appareil sert à regarder le spectre est mobile autour d'un axe parallèle aux arêtes des prismes, et il est facile de ne conserver dans le champ de l'oculaire qu'une région étroite du spectre, celle dans laquelle se trouve une des lignes brillantes.

» J'ai également, et avec avantage pour la vision nette de la ligne jaune, placé entre l'objectif et la fente du spectroscope un prisme à vision directe précédé lui-même d'une fente étroite. Dans ce cas, il se forme un peu plus loin que le foyer principal de l'objectif un spectre impur dont on amène une couleur déterminée sur la fente du spectroscope. »

ASTRONOMIE. — *Note sur la détermination de la parallaxe du Soleil, par l'observation du passage de Vénus sur cet astre en 1874; par* **M. V. Puiseux.**

« Dans le courant de l'année 1866, une Commission présidée par M. l'Amiral Jurien de la Gravière fut chargée par S. Exc. le Ministre de l'Instruction publique d'examiner les mesures qu'il y aurait à prendre pour faciliter aux astronomes français l'observation du prochain passage de Vénus. Ayant eu l'honneur de faire partie de cette Commission, j'ai été amené à calculer, en adoptant une valeur provisoire de la parallaxe solaire, les circonstances du passage pour un certain nombre de lieux de la Terre. Je ne songeais pas à publier ce travail, qui est terminé depuis plus de deux ans; mais je vois dans l'intéressante Notice de M. Airy sur ce sujet (*Monthly Notices*, décembre 1868) que l'illustre astronome de Greenwich considère le phénomène de 1874 comme peu favorable à l'application de la méthode de Halley, dans laquelle on détermine la parallaxe par la différence des durées des passages observés. Mes recherches m'ayant conduit à une con-

clusion différente, je crois devoir en communiquer les résultats à l'Académie; j'y suis d'ailleurs encouragé par plusieurs de mes collègues du Bureau des Longitudes, dans le sein duquel cette question est, depuis quelque temps déjà, l'objet d'un sérieux examen.

» *Circonstances du phénomène pour un observateur supposé au centre de la Terre.* — Le calcul a été fait à l'aide des *Tables du Soleil et de Vénus* de M. Le Verrier, avec toute la précision que ces Tables comportent. On a adopté la valeur 32′0″,0 pour le diamètre apparent du Soleil à la distance moyenne.

1874, Décembre 8.

Entrée du *centre* de Vénus sur le disque du Soleil....	14ʰ. 3ᵐ,89	T. m. de Paris.
Sortie du *centre* de Vénus..................	18.17,87	
Durée du passage du centre..................	4.13,98	

» Dans la figure ci-contre, le cercle $amnb$ représente le disque du Soleil;



ab est le diamètre de ce disque situé dans le plan de l'écliptique, a étant l'extrémité orientale; mn est la ligne sensiblement droite que le centre de Vénus paraît décrire (dans le sens mn). Les arcs am et an sont respectivement de 48°31′ et de 113°16′.

» *Circonstances du passage pour un observateur placé à la surface de la Terre.* — Je suppose la parallaxe solaire égale à 8″,90 à la distance moyenne. En négligeant l'aplatissement de la Terre et quelques autres petites quantités, je trouve les formules suivantes (*) pour le passage du *centre* de Vénus sur le Soleil, tel qu'il sera vu d'un point M de la surface de la Terre :

Heure de l'entrée. $14^h.\ 3^m,89 + (0,8371)\cos A\cos L + (0,7258)\cos A\sin L - (0,8479)\sin A$,

Heure de la sortie. $18.17,87 + (0,5836)\cos A\cos L + (0,5643)\cos A\sin L + (0,9935)\sin A$,

Durée du passage.. $4.13,98 - (0,4827)\cos A\cos L - (0,2179)\cos A\sin L + (1,2278)\sin A$.

(*) Ces formules ne sont qu'approchées; mais elles suffisent pour l'examen comparatif des diverses stations où les observateurs pourront s'établir.

Λ est la latitude du lieu, positive ou négative suivant qu'elle est boréale ou australe; L est la longitude comptée positivement à l'est du méridien de Paris, négativement à l'ouest. Les nombres entre parenthèses sont les logarithmes des coefficients de $\cos\Lambda \cos L$, $\cos\Lambda \sin L$, $\sin\Lambda$, ces coefficients étant exprimés en minutes de temps. Les heures d'entrée et de sortie sont données en temps moyen de Paris.

» On peut écrire autrement ces formules. Appelons A, A′, A″ trois points du globe définis comme il suit :

	Longitude.	Latitude.
A........	151°.28′,4 O.	78°.25′,9 N.
A′........	142.15,8 O.	37. 2,0 N.
A″........	136.16,6 O.	61.41,8 S.

Les expressions qui précèdent pourront être remplacées par les suivantes dans lesquelles AM, A′M, A″M désignent les arcs de grand cercle qui sur la Terre supposée sphérique joignent le point M aux trois points A, A′, A″ :

Heure de l'entrée.	$14^{h}.\ 3^{m},9 - 11^{m},2 \cos A'M$,
Heure de la sortie.	$18.17,9 - 11,2 \cos A''M$,
Durée du passage.	$4.14,0 + 17,3 \cos AM$.

» Je me borne à indiquer ici les conséquences de la dernière formule. Nommons B le point antipode de A : on voit que la durée du passage aura au point A sa valeur maximum $4^{h}31^{m},3$ et au point B sa valeur minimum $3^{h}56^{m},7$: elle sera constante le long de chacun des petits cercles ayant pour pôles les points A et B.

» Imaginons à présent les deux grands cercles de la sphère terrestre formés, l'un par les points qui ont le Soleil à leur horizon à $14^{h}3^{m},9$, l'autre par les points qui ont le Soleil à leur horizon à $18^{h}17^{m},9$. Ces deux grands cercles divisent la sphère en quatre fuseaux.

» Dans un seul de ces fuseaux, le Soleil sera levé au moment de l'entrée et au moment de la sortie; c'est donc dans cette région seulement que la durée du passage pourra être réellement mesurée. Il faudra d'ailleurs éviter de se placer trop près des bords, afin de n'avoir pas le Soleil trop bas à l'entrée ou à la sortie, et comme la méthode de Halley donne un résultat d'autant plus précis que la différence des durées observées est plus grande, on devra chercher, soit dans les îles, soit sur les continents renfermés dans le fuseau indiqué, des stations aussi voisines que possible, les unes du point A, les autres du point B.

» Les deux demi-grands cercles qui limitent ce fuseau et qu'il est aisé

de tracer sur une mappemonde, se coupent d'une part un peu au nord du lac Baïkal en Sibérie, et d'autre part vers les îles Shetland, au sud de la Terre-de-Feu; le demi-grand cercle oriental traverse l'archipel des îles Tonga ou des Amis; le demi-grand cercle occidental passe entre Madagascar et l'île de France. Il suit de là que les plus longs passages pourront être observés dans le voisinage d'une ligne qui va du lac Baïkal au Japon, et les plus courts dans le sud de l'océan Indien. Les chiffres suivants permettent de comparer à ce point de vue quelques-unes des stations les plus favorablement situées.

	Longitude.	Latitude.	Durée du passage.	Hauteur du Soleil à l'entrée.	Hauteur du Soleil à la sortie.
	°	°	h m	°	°
Sibérie	117,3 E.	55,0 N.	4.27,8	8,2	7,1
Yeddo	137,4 E	35,6 N.	4.24,7	30,9	12,5
Pékin	114,1 E.	39,9 N.	4.24,6	20,2	21,2
Shanghaï	119,2 E.	31,3 N.	4.22,8	29,5	26,1
Hoart Town	145,0 E.	42,9 S.	4. 3,6	70,0	36,0
Ile Amsterdam	75,1 E.	37,8 S.	4. 1,8	27,6	73,0
Ile de Kerguélen	67,2 E.	49,3 S.	3.59,4	23,6	60,5
Terre Victoria	167,0 E.	72,0 S.	3.58,7	36,4	23,7
Terre d'Enderby	48,0 E.	66,5 S.	3.57,2	17,3	41,0

» On voit que, même en excluant comme peu accessibles la Sibérie, la terre d'Enderby et la terre Victoria, on pourra observer des passages dont les durées différeront de 25 minutes. Or, nulle part, les différences des heures d'entrée ou de sortie, différences dont on fait usage dans la méthode de Delisle, recommandée par M. Airy, n'atteindront 22 minutes; je ne vois donc pas pourquoi l'on renoncerait à déterminer la parallaxe par la méthode de Halley, qui a le grand avantage de ne pas exiger une connaissance très-précise des longitudes des stations. »

ANALYSE. — *Sur la série de Laplace*. Note de **M. G. Darboux**, présentée par M. Bertrand.

« Parmi les séries qui servent au développement des fonctions, une des plus importantes est celle que l'on doit à Lagrange, et qui sert à développer une des racines de l'équation

$$z = x + t\varphi(z)$$

en série convergente ordonnée suivant la puissance de t.

» Un peu après que Lagrange eut trouvé la série qui porte son nom,

Laplace généralisa l'analyse de cet illustre géomètre et étendit la formule trouvée par lui au développement, suivant les puissances de a et de b, d'une fonction quelconque $F(z, z')$, z et z' étant les racines des équations

$$z = x + a\varphi(z, z'),$$
$$z' = y + b\psi(z, z').$$

Mais la formule de Laplace est beaucoup moins simple que celle de Lagrange, et elle a été moins utile pour le développement des fonctions.

» On peut rendre une grande simplicité à la formule de Laplace en développant en série, non plus une fonction quelconque de z et de z', mais l'expression suivante

$$F(z, z')\left(\frac{dz}{dx}\frac{dz'}{dy} - \frac{dz}{dy}\frac{dz'}{dx}\right) = \frac{F(z, z')}{\left(1 - a\frac{d\varphi}{dz}\right)\left(1 - b\frac{d\psi}{dz'}\right) - ab\frac{d\varphi}{dz'}\frac{d\psi}{dz}}.$$

On obtient alors la formule très-symétrique

$$F(z,z')\left(\frac{dz}{dx}\frac{dz'}{dy} - \frac{dz}{dy}\frac{dz'}{dx}\right) = \sum \frac{a^m b^n}{1.2.3.m.1.2.n}\frac{d^{m+n}}{dx^m dy^n} F(x,y)\,\varphi^m(x,y)\,\psi^n(x,y),$$

et l'on reconnaît sous cette forme une analogie plus complète avec la formule donnée par Lagrange.

» On peut effectuer dans les équations primitives un changement de variables. Posons

$$z = x + au,$$
$$z' = y + bv,$$

les équations deviennent

$$u = \varphi(x + au,\ y + bv),$$
$$v = \psi(x + au,\ y + bv),$$

et, en posant $\varphi = \psi$, on doit prendre $u = v$; on obtient ainsi l'équation

$$u = \varphi(x + au,\ y + bu),$$

et l'on retrouve la formule si intéressante et si féconde en conséquences donnée par M. Hermite dans ses études sur le développement des fonctions en série. Du reste, la présence d'un déterminant fonctionnel comme multiplicateur dans la fonction qu'on développe facilite le calcul de certaines intégrales doubles qui ont une grande importance dans cette théorie du développement des fonctions.

» Je me suis aussi occupé des conditions de convergence de la série. On

peut employer un artifice analogue à celui dont on se sert pour développer les fonctions de plusieurs variables.

» On peut écrire nos deux équations

$$z = x + at\,\varphi(z, z'),$$
$$z' = y + bt\,\psi(z, z').$$

Alors z, z' peuvent être considérées comme fonctions de la seule variable t. Dans la série, le terme de rang n prend une signification précise : il est formé par l'ensemble des $n+1$ termes qui contiennent t^n en facteur, et la série peut être considérée comme ordonnée suivant les puissances de t.

» Cela posé, on démontre les propositions suivantes :

» 1° Étant données deux équations

$$f(z, z', t) = 0,$$
$$F(z, z', t) = 0,$$

admettant pour $t = t_0$ un système de solutions (z_0, z'_0), lorsque t variera à partir de t_0, *on pourra toujours trouver* des valeurs de z et de z' fonctions continues de t et se réduisant, pour $t = t_0$, aux valeurs initiales trouvées; il suffit pour cela que les fonctions f, F restent continues et bien déterminées, et que t ne passe par aucune des valeurs qui annulent le déterminant fonctionnel

$$\frac{df}{dz}\frac{dF}{dz'} - \frac{df}{dz'}\frac{dF}{dz}.$$

» 2° Si l'on considère les valeurs de t pour lesquelles le déterminant fonctionnel s'annule, pour les valeurs de t voisines, les racines se permutent les unes dans les autres, suivant la loi que M. Puiseux a reconnue pour les racines des équations algébriques, et en général des équations pour lesquelles le premier membre est une fonction continue et bien déterminée des variables.

» Le résultat précédent est facile à prévoir. On peut concevoir qu'on ait éliminé une des inconnues z ou z' entre les deux équations; mais il est inutile de faire cette élimination, et on peut traiter directement les deux équations simultanées. Il suffit de remplacer par des plans les droites qui ont été si utiles à M. Puiseux pour reconnaître l'ordre des infiniment petits, et les polygones par des polyèdres. Au reste, cette proposition est inutile pour l'objet que nous nous proposons.

» 3° Si l'on représente toutes les valeurs de t par des points du plan, les racines z, z' seront des fonctions monodromes de t dans l'intérieur de con-

tours fermés ne contenant aucun des points pour lesquels le déterminant fonctionnel s'annule. On suppose, bien entendu, que les premiers membres des équations restent continus et bien déterminés.

» Il résulte des propositions précédentes que la série de Laplace sera certainement convergente tant que le module de t sera inférieur au module de la plus petite des valeurs de t pour laquelle le déterminant

$$\left(1 - at\frac{d\varphi}{dz}\right)\left(1 - bt\frac{d\psi}{dz'}\right) - abt^2\frac{d\varphi}{dz'}\frac{d\psi}{dz}$$

devient nul.

» On peut remplacer cette règle par une autre règle semblable à celle qu'a donnée M. Rouché pour la série de Lagrange et montrer que si l'on peut trouver des contours fermés pour z et z' comprenant l'origine et tels que les modules de

$$\frac{at}{z}\varphi(z, z'),$$

$$\frac{bt}{z'}\psi(z, z')$$

soient toujours plus petits que l'unité pour toutes les valeurs de z, z' correspondantes aux points situés sur les contours, ces contours ne comprendront qu'un seul système de solutions des équations. Du reste, d'après les deux règles, il est évident que les racines qu'on développe sont celles qui se réduisent à zéro pour $t = 0$. »

ALGÈBRE. — *Sur la résultante de trois formes quadratiques ternaires.* Note de **M. R. Radau**, présentée par M. d'Abbadie.

« La résultante de trois formes ternaires du second degré peut s'obtenir, comme on sait, sous la forme d'un déterminant de six lignes. Il suffit pour cela d'éliminer les six quantités x^2, y^2, z^2, yz, zx, xy entre les trois formes données et trois autres du même degré, que l'on se procure de différentes manières, par exemple en prenant les dérivées partielles du *Jacobien* (1), ou bien par le procédé suivant, qui est dû à M. Sylvester. La forme

$$(a, b, c, f, g, h \between x, y, z)^2$$

peut s'écrire

$$(a)x^2 + (by + hx + fz)y + (cz + gx)z;$$

(1) *Leçons d'Algèbre supérieure*, par G. Salmon; traduit par M. Bazin, augmenté de Notes par M. Hermite. Paris, 1868; p. 73.

si nous éliminons les trois quantités x^2, y, z, qui se trouvent écrites après les parenthèses, nous avons le déterminant

$$(a; \ by + hx + fz, \ cz + gx),$$

qui est encore du second degré. En isolant de la même manière y^2, x, z et z^2, x, y, on obtient deux déterminants semblables; ce sont les formes auxiliaires qui permettent d'établir la résultante par élimination *dialytique*.

» J'ai remarqué que l'on peut, d'une manière analogue, obtenir des formes linéaires, et présenter la résultante comme un déterminant de *trois lignes* seulement. En effet, les deux premiers termes du déterminant

$$(a, \ by + hx + fz, \ cz + gx)$$

sont

$$(abg)xy + (ahg)x^2;$$

or, en éliminant x^2 et y^2 entre les formes primitives, nous avons

$$(a, \ b, \ hxy + fyz + gzx + cz^2) = (abh)xy + (abf)yz + \ldots;$$

de même, en éliminant x^2 et xy,

$$(h, \ a, \ by^2 + fyz + gzx + cz^2) = (abh)y^2 + (afh)yz + \ldots.$$

Il s'ensuit que l'expression

$$\begin{aligned}&(abh)(a, \ by + hx + fz, \ cz + gx)\\&\quad - (abg)(a, \ b, \ hxy + fyz + \ldots) - (ahg)(h, \ a, \ by^2 + fyz + \ldots)\end{aligned}$$

sera divisible par z, ou linéaire par rapport à x, y. On obtient deux expressions semblables au moyen des deux autres déterminants de M. Sylvester, et les neuf coefficients de ces expressions se réduisent à six, parce que trois coïncident avec trois autres. Ainsi trois équations du type

$$(a, \ b, \ c, \ f, \ g, \ h \between x, \ y, \ z)^2 = 0$$

entraînent les trois suivantes :

$$\begin{aligned}A_1 y + Cx + Bz &= 0,\\ Cy + B_1 x + Az &= 0,\\ By + Ax + C_1 z &= 0,\end{aligned}$$

et la résultante peut s'écrire

$$\begin{vmatrix} A_1 & C & B \\ C & B_1 & A \\ B & A & C_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Les six coefficients sont

$$A = -(abc)(abg) + (agh)(bhc) + \Delta(caf),$$
$$B = -(abc)(abf) + (ach)(bhf) + \Delta(bcg),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$C_1 = -(abc)(abc) + (ach)(bhc) + \Delta(cgf);$$

ils renferment tous un terme affecté du facteur $\Delta = (abh)$, et on peut les disposer de manière que la résultante prenne la forme

$$(P + \Delta p,\ Q + \Delta q,\ R + \Delta r) = 0,$$

où le déterminant (PQR) s'évanouit. En même temps, la somme

$$\Delta(pQR + qRP + rPQ)$$

devient égale au terme $\Delta^3(pqr)$, et, en divisant par Δ^2, nous avons

$$2\Delta(pqr) + (Pqr) + (Qrp) + (Rpq) = 0.$$

L'expression qui résulte du développement de cette formule n'est symétrique que par rapport aux coefficients de x et de y; mais on peut la rendre symétrique par rapport à x, y, z en assemblant les termes homologues et en modifiant quelques autres par les procédés connus. La résultante se présente alors sous la forme d'une fonction symétrique du douzième degré des coefficients $a, b, c, \ldots$, dont je me bornerai à écrire les premiers termes :

$$(abc)^4 - 2(abc)^2(abf.caf + bcg.abg + cah.bch)$$
$$+ 2(abh)(bcf)(cag)(abc + fgh) + (agh)(bhf)(cfg)(abc + fgh) + \ldots \text{»}$$

ENGRAIS DES VILLES. — *Composition, valeur et utilisation des résidus des villes; par* **MM. Lawes et Gilbert.**

MM. Lawes et Gilbert, dont les travaux et les études d'économie rurale font autorité, viennent de se livrer à une série d'expériences sur les effets des eaux d'égouts des villes, comme engrais et eaux d'irrigation. L'intérêt considérable que cette question présente, au double point de vue de l'hygiène, des intérêts de l'agriculture et de ceux de l'alimentation publique, explique l'insertion aux *Comptes rendus* des conclusions de leur Mémoire.

« 1° Ce n'est qu'en employant l'eau avec abondance qu'on peut enlever les résidus infects des villes et les éloigner des habitations sans gêner la population et sans nuire à la santé publique.

» 2° Le déversement des résidus des villes dans les rivières rend ces dernières impropres à fournir de l'eau à d'autres villes ; le poisson en est détruit; le lit de la rivière se couvre d'un dépôt qui, en s'altérant, donne lieu à des émanations dangereuses pour la santé publique. Ce déversement constitue une grande perte d'engrais et ne devrait jamais être autorisé.

» 3° Le meilleur moyen d'utiliser les eaux d'égouts et de les purifier consiste à les employer en agriculture.

» 4° Considérant la grande dilution des eaux d'égouts des villes ; sachant qu'elles se renouvellent chaque jour avec abondance et en toutes saisons; que cette abondance augmente encore dans les temps pluvieux, alors que la terre exigerait le moins d'être arrosée, et connaissant les dépenses occasionnées par la distribution de ces eaux, on doit conclure qu'elles sont mieux appropriées à la culture des prairies qui peuvent les recevoir toute l'année, qu'à toute autre culture. On peut, cependant, en faire parfois avantageusement l'application à d'autres récoltes pour les terres situées sur le parcours ou dans le voisinage de la ligne adoptée pour l'arrosement continu des prairies.

» 5° Eu égard aux intérêts urbains et aux intérêts ruraux, le meilleur mode d'utilisation, dans la plupart des cas, serait l'emploi de 12000 à 13000 mètres cubes d'eaux d'égouts par hectare et par an pour les prairies cultivées en ray-grass italien. Cette quantité devrait pourtant être réduite si l'expérience démontrait que l'eau n'a pas été suffisamment dépouillée par son passage à travers la prairie. Il est presque certain que le fermier ne payerait pas 0 fr. 07 c.; il est même douteux de savoir s'il pourrait payer 0 fr. 05 c., par mètre cube transporté toute l'année sur sa terre, pour les eaux d'égouts d'une force moyenne, en prenant pour exemple celles de Londres, et en excluant l'eau provenant des orages.

» Le résultat direct de l'application des eaux d'égouts des villes à la culture des prairies serait un accroissement énorme dans la production du lait, du fromage et de la viande ; tandis que la consommation de l'herbe procurerait une grande quantité d'engrais solide, applicable à la terre arable et aux récoltes en général.

» 7° Les dépenses et les profits occasionnés à une ville par l'installation des moyens d'utiliser les eaux d'égouts seraient très-variables, suivant sa position et la nature ou la situation des terres à irriguer. Là où les eaux d'égouts peuvent être transportées par la pente naturelle et où se trouve une étendue suffisante de terre appropriée à son emploi, la ville peut réaliser un profit ; mais dans des circonstances contraires, il peut se faire qu'elle

soit forcée de les élever et de s'imposer des sacrifices d'argent pour s'assurer des avantages sanitaires. »

M. le Secrétaire perpétuel ajoute quelques remarques à cette communication. Il compare à ce sujet les situations orographiques de la ville de Londres et de la ville de Paris, et il montre comment dans les deux cités on a été amené, avec quelques modications dans les moyens d'exécution, à étudier les mêmes systèmes d'assainissement et d'utilisation des eaux d'égouts et à renoncer à l'ancien procédé consistant à s'en débarrasser dans le fleuve. Les eaux des égouts de Paris, moins chargées que celles de Londres, qui reçoivent toutes les vidanges, exigent quelques conditions de plus pour leur placement.

CHIMIE. — *Sur l'analyse immédiate des diverses variétés de carbones.* Note de **M. Berthelot**, présentée par M. Balard.

Troisième Partie. — *Relations entre les composés graphitiques et les composés organiques proprement dits.*

« Les oxydes graphitiques et leurs dérivés forment un groupe spécial, fort distinct des combinaisons ordinaires de la chimie organique : il s'agit maintenant de chercher quelles sont les relations entre ces deux ordres de composés, jusqu'à quel point elles peuvent être comparées à celles qui existent entre deux corps simples différents, enfin si elles sont explicables sans sortir du cercle des analogies tirées de l'étude des autres composés hydrocarbonés ?

» Dans cet ordre d'idées, le premier problème à résoudre, c'est la transformation des composés graphitiques en composés organiques ordinaires, par exemple, en carbures d'hydrogène.

» Rien n'est plus facile, lorsqu'on a recours à la chaleur, aidée de l'électricité. En effet, les divers carbones et graphites se combinent directement à l'hydrogène, sous l'influence de l'arc électrique, et donnent naissance à l'acétylène. Or, l'acétylène est un véritable composé organique, capable de former directement l'éthylène, la benzine, l'acide oxalique, l'acide cyanhydrique, etc., en un mot, tous les autres composés organiques proprement dits.

» On peut également former des carbures d'hydrogène avec les graphites, même en opérant par des réactions plus ménagées et à une température qui ne dépasse pas 280 degrés. Il suffit d'avoir recours au même artifice qui m'a déjà réussi pour le carbone amorphe. Au lieu d'opérer sur le car-

bone pur, lequel n'a pu être combiné avec l'hydrogène libre ou naissant, à basse température, on commence par oxyder le carbone, puis on fait intervenir l'action hydrogénante de l'acide iodhydrique.

» On forme donc d'abord les oxydes graphitiques. A la vérité, ces oxydes ne fournissent pas immédiatement des carbures d'hydrogène sous l'influence de l'hydracide, lequel se borne à les changer en des oxydes hydrographitiques, doués de propriétés spéciales. Mais les oxydes pyrographitiques, qu'il est facile de préparer en chauffant les oxydes graphitiques, sont plus voisins que ces derniers de l'état de carbone amorphe et, dès lors, plus faciles soit à oxyder, soit à hydrogéner.

» En effet, en chauffant l'oxyde pyrographitique de la plombagine avec 80 parties d'acide iodhydrique à 280 degrés, j'ai obtenu de l'hydrogène renfermant 6 centièmes de gaz des marais. Pour bien constater la nature du gaz carboné, j'ai eu recours à une méthode que j'emploie depuis plusieurs années dans les cas analogues. J'ai traité le mélange gazeux par l'alcool absolu, j'ai déterminé les quantités dissoutes, et j'ai fait l'analyse comparée du gaz non dissous et du gaz dissous, puis redégagé par ébullition : ce dernier était constitué par un mélange de 36 parties de gaz des marais et de 64 parties d'hydrogène. Un calcul convenable, fondé sur les données des expériences précédentes et sur les coefficients de solubilité, a prouvé que le carbure gazeux était bien réellement du gaz des marais, C^2H^4.

» Ce carbure résulte donc de l'hydrogénation de l'oxyde pyrographitique. Cependant la totalité de la matière n'a pas éprouvé la transformation qui donne naissance au gaz des marais. Une portion considérable demeure sous la forme d'une poudre noire et charbonneuse. La composition de cette poudre est également changée; car, lorsqu'on la soumet à l'action de la chaleur, elle dégage en petite quantité une vapeur inflammable qui parait être de l'acétone. Le mélange d'acide nitrique et de chlorate de potasse change cette poudre entièrement en produits solubles, à l'exception de 1 à 2 millièmes d'oxyde graphitique, etc.

» Les oxydes pyrographitiques dérivés de la fonte et du graphite électrique, se sont comportés d'une manière toute semblable à celui de la plombagine.

» Tels sont les faits observés : ils montrent en même temps et la spécialité de constitution qui distingue les oxydes graphitiques des autres combinaisons organiques, et les conditions dans lesquelles cette spécialité s'efface peu à peu, de façon à rentrer dans le cadre des combinaisons ordinaires.

» Cependant, il ne faudrait pas exagérer ces différences. Elles nous

frappent surtout parce que nous sommes portés à comparer les oxydes graphitiques avec les composés hydrocarbonés gazeux ou volatils. Or, ce n'est point là, à mon avis, le véritable terme de comparaison auquel il convient de s'adresser. Je ferai observer, d'abord, que les produits d'oxydation des graphites ne diffèrent pas entièrement des produits d'oxydation des carbones amorphes. Les uns et les autres sont fixes et représentent des corps très-condensés ; seulement les dérivés carboniques sont solubles et les dérivés graphitiques insolubles.

» Le passage des caractères d'un groupe à ceux de l'autre devient même très-apparent lorsque l'on étudie certains composés oxydés, dérivés des carbones amorphes : par exemple les dérivés des charbons produits en traitant la benzine ou la naphtaline par l'acide iodhydrique. Ces dérivés, dis-je, sont jaune-foncé, amorphes et précipitables par les sels de leur solution ou émulsion aqueuse; ce sont des composés intermédiaires entre les oxydes graphitiques et les oxydes des carbones amorphes.

» Les derniers oxydes eux-mêmes ressemblent beaucoup aux produits d'oxydation des matières ulmiques et des autres composés condensés analogues, composés que l'on néglige en général en chimie organique, à cause des difficultés que présente leur étude, mais qui n'en jouent pas moins un rôle essentiel dans les transformations de la tourbe, du terreau et dans la végétation elle-même.

» Ajoutons d'ailleurs que les propriétés des oxydes graphitiques, quelque singulières qu'elles semblent à première vue, ne sont pourtant pas sans analogues. En effet, la décomposition brusque des oxydes graphitiques est accompagnée par ces mêmes formations d'eau et d'acide carbonique, qui accompagnent la décomposition des acides fixes et autres composés organiques très-oxygénés. Le vif dégagement de chaleur qui se produit en même temps peut être également observé, quoique avec moins d'intensité, dans la décomposition pyrogénée des acides et des hydrates de carbone. Les houilles elles-mêmes, d'après M. Scheurer-Kestner, dégagent, en brûlant, plus de chaleur que leurs éléments.

» C'est donc aux hydrates de carbone et aux matières ulmiques que l'on peut comparer avec le plus de vraisemblance les graphites, les carbones amorphes et leurs dérivés. Or, dans la série des décompositions graduelles que l'on peut faire subir aux principes organiques, toutes les fois que ces décompositions s'opèrent par condensation moléculaire, les composés bruns et ulmiques précèdent immédiatement les matières charbonneuses, qui semblent encore plus condensées, et celles-ci précèdent à leur tour les charbons

proprement dits. Ce qui démontre la structure spéciale de tous ces composés, ce n'est pas seulement leur origine, mais aussi l'action hydrogénante de l'acide iodhydrique. Elle reproduit en effet les carbures saturés correspondants à leurs générateurs, soit avec les matières charbonneuses elles-mêmes, soit avec les produits de leur oxydation.

» Il semble donc que les diverses variétés de carbone amorphe représentent certains états polymériques du véritable élément carbone, tel qu'il existe dans les combinaisons hydrocarbonées les plus répandues.

» La même conclusion me semble applicable aux divers graphites. En effet, je montrerai dans la quatrième partie que les composés du carbone les plus simples se séparent en deux groupes, selon qu'ils reproduisent, par leur décomposition, des carbones amorphes proprement dits ou bien des carbones graphites. Toutes ces substances seraient donc des polymères du véritable élément carbone, lequel n'est pas encore connu, à supposer qu'il puisse exister à l'état libre et sous une forme non condensée, comparable à celle des éléments gazeux, tels que le chlore, l'oxygène, l'hydrogène. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxydation des carbures d'hydrogène.* Note de **M. Berthelot**, présentée par M. Balard.

« J'ai trouvé que plusieurs carbures d'hydrogène peuvent être oxydés immédiatement et sans perte de carbone, en donnant naissance à des corps neutres, tels que les aldéhydes et les principes congénères. Cette oxydation a lieu par la première action de l'acide chromique cristallisé, dissous dans une petite quantité d'eau.

» L'éthylène pur et *exempt de vapeur d'éther* (1) est attaqué lentement par ce réactif à 120 degrés, avec formation d'aldéhyde :

$$C^4H^4 + O^2 = C^4H^4O^2.$$

» A 100 degrés, après quelques heures de contact, ou à froid après quelques jours, il n'y a pas de réaction appréciable.

» Le propylène pur s'oxyde bien plus aisément, et presque dès la température ordinaire. Quelques heures de contact suffisent pour donner lieu à la formation d'une grande quantité d'acétone :

$$C^6H^6 + O^2 = C^6H^6O^2,$$

réaction semblable à celle que j'ai déjà observée sur l'hydrate de propylène.

---

(1) On enlève cette vapeur à l'aide de lavages réitérés par l'acide sulfurique concentré.

» L'amylène est attaqué violemment, dès la température ordinaire et avec formation de produits complexes, dérivés sans doute de la destruction d'un acétone $C^{10}H^{10}O^2$, que l'on obtiendrait en ménageant la réaction.

» L'acétylène est oxydé à froid, avec dégagement de chaleur et production d'acide formique et carbonique.

» Le camphène cristallisé peut être changé aisément en camphre par l'acide chromique pur :

$$C^{20}H^{16} + O^2 = C^{20}H^{16}O^2,$$

plus aisément même que par le noir de platine.

» Observons en terminant que l'action oxydante de l'acide chromique pur et l'action oxydante d'un mélange de bichromate de potasse et d'acide sulfurique ne sont pas exactement équivalentes : en effet, dans le dernier cas, on fait intervenir, en plus que dans le premier, l'influence modificatrice spéciale de l'acide sulfurique et la chaleur dégagée par la formation du sulfate de chrome et de potasse. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Études sur un isomère de la rosaniline, contenu dans les anilines commerciales ;* par **M. A. Rosenstiehl**. (Extrait.)

« Dans un premier Mémoire présenté à l'Académie le 6 juillet 1868, j'ai fait connaître le résultat de mes recherches sur la toluidine liquide de M. Coupier et les anilines commerciales. J'ai signalé, dans ces deux produits, la présence d'un isomère de la toluidine, et j'ai fait voir que le nouvel alcaloïde concourt à la formation des matières colorantes rouges dites *fuchsine*. Voici encore quelques nouveaux résultats.

» Une matière analogue à la fuchsine, obtenue par l'action de l'acide arsénique sur un mélange d'aniline et de pseudotoluidine, c'est-à-dire sans le concours de toluidine, ne pouvait pas être identique avec la rosaniline, mais pouvait en être un isomère.

» Pour éclairer cette question, j'ai entrepris une étude comparative des deux matières colorantes et des bases qui en dérivent. Je les ai préparées par l'action de l'acide arsénique sur un mélange d'aniline et de toluidine d'un côté, et sur un mélange d'aniline et de pseudotoluidine de l'autre.

» La purification de ces matières a été considérée jusqu'ici comme impossible en petit. Cette difficulté a été la cause de l'insuccès de bien de recherches qui ont précédé celles de M. Hofmann. Je suis donc obligé de décrire les moyens que j'ai employés, pour que l'on puisse être juge du degré de confiance que l'on peut accorder à mes observations.

» Après une première cristallisation dans l'eau salée, la matière colorante est traitée par la soude caustique. La base du rouge, lavée et séchée, est épuisée par l'éther, auquel elle cède une matière colorable en rouge par les acides, et un principe remarquable par la belle fluorescence verte qu'il communique à son dissolvant. La base, insoluble dans l'éther, est de nouveau transformée en chlorhydrate; le sel est déplacé de sa solution par le chlorure de sodium, puis soumis à une série de cristallisations dans l'eau pure. Après chacune de ces opérations, on a prélevé un échantillon de l'eau mère, dont une partie a servi à teindre un morceau de laine ou de soie (un centimètre cube par gramme de tissu), et l'autre a servi à une détermination de solubilité. Cette double épreuve permet de suivre pas à pas la purification. Je ne connais rien de plus sensible qu'un essai de teinture et un essai de solubilité, faits simultanément; la plus petite quantité de matière étrangère soluble est ainsi accusée. Lorsque deux essais successifs donnent le même résultat, le produit obtenu peut être considéré comme pur. C'est avec des matières premières obtenues avec les soins que je viens de décrire, qu'a été faite l'étude comparative dont je vais donner les résultats. Pour éviter toute confusion, je conserverai le nom de *rosaniline* au dérivé de la *toluidine*, et je désignerai par *pseudorosaniline* le produit qui compte la *pseudotoluidine* au nombre de ses générateurs.

» La pseudorosaniline peut être obtenue cristallisée en mélangeant, à la température de 60 degrés centigrades, la solution étendue de son chlorhydrate, avec la soude ou la potasse caustiques, et en filtrant rapidement; le liquide dépose, par refroidissement, de petits cristaux incolores. Leur forme n'a pas pu être déterminée. Précipitée de la solution de ses sels, la pseudorosaniline est amorphe, tandis que la rosaniline prend peu à peu une structure cristalline. Elle est incolore, et se colore en rouge à l'air; elle est peu soluble dans l'eau, soluble dans l'alcool, et sensiblement insoluble dans l'éther. Chauffée en petite quantité et brusquement, elle répand quelques vapeurs violettes; la plus grande partie se charbonne; son analyse conduit à la formule $C^{20}H^{19}Az^3 . H^2O$.

	Calculé.	Trouvé.
C....................	75,2	75,2
H....................	6,6	6,7
Az....................	13,2	13,2

» C'est une base forte, qui forme des sels monoacides rouges, et des sels triacides jaunes. Les agents réducteurs décolorent la solution de ces sels; la couleur primitive reparaît, en grande partie, par une exposition à l'air (leucaniline).

» Le *chlorhydrate de pseudorosaniline* peut être obtenu cristallisé en octaèdres, en refroidissant très-lentement sa solution dans de l'eau contenant un peu de chlorure de sodium. Les cristaux présentent la couleur verte et l'éclat métallique des sels de rosaniline. La solution aqueuse teint directement la laine et la soie, en rouge fuchsine; 1 kilogramme d'eau à 9° C. en dissout $2^{gr},40$. Il est soluble dans l'alcool, insoluble dans l'éther. L'analyse élémentaire d'un produit séché à 130 degrés montre qu'à cette température déjà il y a décomposition partielle; une partie du chlore se dégage; un pareil produit n'en contient plus que 9,04, au lieu de 10,5 pour 100. Cette circonstance m'a engagé à faire l'analyse d'un produit séché seulement à 60 degrés. Pour faciliter cette dessiccation, on l'a lavé à plusieurs reprises avec de l'éther anhydre, qu'on a facilement déplacé par un courant d'acide carbonique sec, chauffé à 60 degrés. Cette dernière analyse a donné des chiffres qui tendent à prouver que ce chlorhydrate contient une molécule d'eau.

	Produit séché à 130 degrés.		Produit séché à 60 degrés.	
	Trouvé.	Calculé pour la formule $C^{20}H^{19}Az^{3}.ClH$.	Trouvé.	Calculé pour la formule $C^{20}H^{19}Az^{3}.ClH^{2}O$.
C.	71,4	71,1	68,1	67,5
H.	6,1	5,9	6,1	6,2
Az	12,4	12,4	11,6	11,8
Cl.	9,0	10,5	9,9	9,98

» J'ai donné à dessein avec quelque détail la description des propriétés de la pseudorosaniline et de son chlorhydrate, afin de montrer combien elle ressemble à la rosaniline décrite par M. Hofmann. Cette dernière base, que j'ai préparée avec les mêmes précautions, présente le plus grand nombre des propriétés que je viens de signaler : il y a une faible différence pour la facilité avec laquelle les deux bases cristallisent, et pour la stabilité différente des chlorhydrates; mais, dans l'ensemble, leurs propriétés sont si voisines, qu'on est tenté de les considérer comme identiques. Les caractères communs qu'il faut faire ressortir, parce qu'ils ont été mesurés avec précision, sont les suivants :

» 1° Identité de composition centésimale des bases;

» 2° Identité de la forme cristalline des chlorhydrates;

» 3° Identité de fonctions chimiques;

» 4° Identité de solubilité : elle est, pour 1000 grammes d'eau à 9 degrés,

Chlorhydrate de pseudorosaniline	2,40 gr
Chlorhydrate de rosaniline	2,41

» 5° Identité de nuance et de pouvoir colorant.

» Je dois avouer que j'étais loin de m'attendre à une ressemblance si grande. Une observation incomplète, faite sur un produit d'une pureté insuffisante, m'avait fait dire, dans ma Note du 6 juillet 1868 (t. LXVII, p. 45), que la matière colorante rouge dérivée de la pseudotoluidine « diffère des » sels de rosaniline par la solubilité de sa base dans l'éther, et par la plus » grande solubilité de son chlorure dans l'eau. » Jusqu'ici l'isomérie de la rosaniline et de la pseudorosaniline n'est démontrée que par la synthèse de ces produits; la preuve analytique manque, et cette circonstance m'a empêché de livrer à la publicité des résultats acquis depuis plusieurs mois. Une circonstance heureuse m'ayant mis en relation avec M. Berthelot, ce chimiste a bien voulu me familiariser avec la méthode de réduction dont il est l'auteur. C'est grâce à cette méthode que ce travail a pu être achevé, à l'aide de preuves dont la valeur scientifique ne saurait être contestée.

» Quelques essais préalables, faits avec un acide iodhydrique d'une densité double de celle de l'eau, ont démontré que la réduction de la rosaniline en ses alcaloïdes générateurs était possible. Si l'on chauffe l'un de ces sels avec 10 fois son poids d'hydracide à 190 degrés, pendant 24 à 48 heures, on régénère un quart ou un tiers de la quantité théorique des alcaloïdes. C'est le plus grand rendement qui ait été atteint. Le reste de la rosaniline se transforme en leucaniline, et il se forme, en outre, de petites quantités d'une matière groudronneuse brune. En opérant dans des conditions qui permettent une réduction plus énergique, ce n'est pas la leucaniline qui se trouve attaquée, mais bien l'aniline régénérée. Cette dernière se transforme en ammoniaque, et est un hydrocarbure inattaquable par l'acide nitrique (hydrure d'hexylène?) La toluidine résiste mieux à la réduction. La leucaniline formée, chauffée de nouveau avec l'acide iodhydrique, fournit une nouvelle quantité d'aniline et de toluidine. La méthode de réduction que je viens de décrire, appliquée à la rosaniline, démontre que cette dernière ne fournit que deux alcaloïdes : *aniline* et *toluidine*; les réactions colorées si sensibles dont je dispose ont permis de constater l'absence de pseudotoluidine parmi les produits de la réduction. C'est là un résultat sur lequel j'insiste; il est une preuve analytique qui démontre que la constitution de

la rosaniline est bien telle que M. Hofmann l'avait prévue, avec une rare sagacité. La *pseudorosaniline* se dédouble sous l'action de l'acide iodhydrique en *aniline* et en *pseudotoluidine;* il ne se forme pas de *toluidine.*

» Mais l'analyse et la synthèse prouvent qu'il existe un isomère de la rosaniline. Il restait à en démontrer la présence dans les fuchsines commerciales. La séparation de ces deux matières colorantes étant impossible, le seul moyen qui pouvait me donner un résultat certain, c'était la réduction par l'acide iodhydrique. J'ai traité successivement des fuchsines d'origine très-diverse : 1° fuchsine bien cristallisée, fabriquée en 1867 par M. Gerber-Keller, à Bâle ; 2° fuchsine de la première opération à l'acide arsénique qui ait été faite à Lyon, donnée par M. Fayolle, de Mulhouse ; 3° fuchsine d'origine anglaise, de l'année 1864, cristallisée en octaèdres parfaits ; 4° fuchsine séparée par cristallisation fractionnée du rouge de toluène de M. Coupier ; 5° fuchsine provenant de la maison Frank et Renard, de Lyon, préparée avec le bichlorure d'étain ; 6° fuchsine préparée en 1860, par M. Gerber-Keller, par le nitrate mercurique (azaléine).

» Toutes ces matières ont produit par réduction les trois alcaloïdes : *aniline, toluidine, pseudotoluidine;* et cette dernière n'était pas le produit le moins abondant.

» On voit donc par ces expériences que les fuchsines, même les plus anciennes, sont formées par un mélange de deux matières isomères. La présence de la pseudotoluidine dans les anilines commerciales explique ce fait. L'isomérie et l'isomorphisme des deux matières colorantes, leur solubilité égale, ainsi que leur couleur et leur pouvoir colorant identiques, ont empêché jusqu'ici de s'apercevoir que l'on opérait sur un mélange. La rosaniline et son isomère sont deux compagnons inséparables ; leur coexistence dans les fuchsines est forcée, ainsi que je le démontrerai dans une prochaine Note.

» J'ai été secondé, dans ces recherches, avec beaucoup de zèle, par un de mes élèves, M. Nikiforoff. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Guérison par l'électricité d'une névralgie idiopathique du nerf pneumogastrique (angine de poitrine).* Note de **M. Boullet**, présentée par M. Becquerel.

M. Becquerel analyse cette Note comme suit :

« En présentant à l'Académie une Note de M. le Dr Boullet, qui exerce avec beaucoup de succès et d'intelligence la médecine à Châtillon-sur-

Loing, je me bornerai à indiquer le mode d'application de l'électricité dont l'auteur s'est servi dans cette circonstance.

» On a déjà deux cas de guérison semblables, l'un obtenu par M. Duchenne de Boulogne, l'autre par M. Aran.

» M. Boullet s'est servi du petit appareil électro-magnétique de M. Gaiffe; à peine avait-il appliqué les deux rhéophores de chaque côté du mamelon du sein droit, que toute trace de souffrance avait disparu, alors que le malade n'avait eu aucun repos depuis trente-huit jours. Le lendemain, le malade ayant éprouvé un très-léger ressentiment de gêne derrière le sternum, M. Boullet fit une seconde application de l'électricité sur le mamelon gauche; depuis ce moment, le malade n'a jamais rien ressenti, si ce n'est quelques atteintes de dyspepsie sans gravité. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur les conditions de la virulence charbonneuse.* Note de **M. A. Sanson**, présentée par M. Bouley.

« Les objections opposées, en ce qui me concerne, à la communication faite par M. H. Bouley sur le *mal de montagne* nécessitent de ma part une courte réponse. Il n'est point à ma connaissance que la maladie charbonneuse ait été pendant longtemps confondue avec la septicémie. Au contraire, lorsque j'ai exposé, il y a plusieurs années, mes propres vues sur ce sujet, en les fondant sur l'examen comparatif des caractères cliniques du charbon et de ce qu'on appelle en médecine vétérinaire la gangrène traumatique ou septicémie, et aussi sur l'examen également comparatif des propriétés du sang charbonneux et du sang normal en voie de putréfaction, alors ces vues soulevèrent une protestation générale de la part des hommes les plus compétents dans l'étude des affections charbonneuses. On m'opposa, comme objection fondamentale, que le charbon est virulent, tandis que, disait-on, la septicémie ne l'est point. Et de fait, il n'y a d'autre preuve certaine de l'identité des deux formes pathologiques dont il s'agit que leur virulence commune, démontrée par l'inoculation du sang. A ce moment, je n'étais point en mesure de fournir cette preuve, et j'en appelai seulement à la vérification expérimentale.

» Aujourd'hui je pourrais me borner à prendre acte des résultats obtenus par M. Davaine, puisque cet expérimentateur a communiqué à des lapins et à des cobayes une maladie mortelle et virulente, en leur inoculant, lui aussi, du sang de bœuf exempt de maladie et seulement en voie de putréfaction. Le sang frais de ces lapins et de ces cobayes morts de la maladie

s'est montré lui-même inoculable et l'a reproduite, ce qui est exactement le cas du sang charbonneux. Mais je me garderais bien de me croire autorisé à fonder une conclusion si importante sur de tels résultats. Il ne me paraît pas que la pathologie du charbon puisse être faite avec certitude en observant d'autres animaux que ceux sur lesquels la maladie sévit dans ses conditions naturelles. Je craindrais de trop forcer les analogies en concluant des petits rongeurs aux ruminants, et je ne crois pas me tromper en disant que la cause au moins très-probable des dissidences qui se produisent sur la question est dans cette considération. Ce qui a été vu chez les rongeurs, j'en ai pu moi-même vérifier l'exactitude; mais les choses se sont présentées différemment chez les ruminants, petits ou grands, observés en Auvergne, soit qu'ils eussent contracté la maladie sur la montagne, soit qu'elle leur eût été expérimentalement inoculée; et je ne pense pas qu'on soit en droit de prétendre justement que ces choses n'y ont été l'objet que d'un examen superficiel et d'une étude peu attentive. Toutes les observations y ont été soigneusement contrôlées par des hommes dont la compétence spéciale sera peut-être considérée comme au moins équivalente de celle qu'on leur oppose.

» Du reste, les meilleurs juges, en pareil cas, ce sont les faits. Pour être court, je ne rapporterai que quelques-uns des principaux. Ils seront suffisants.

» On donne comme caractéristique de la maladie charbonneuse la présence dans le sang de ces filaments signalés par Brauell, par Fuchs, par Delafond, puis par M. Davaine, qui a proposé de les nommer *bactéridies*. Les filaments du sang des sujets morts de septicémie seraient doués de mouvements spontanés; ceux du sang charbonneux seraient, au contraire, constamment immobiles. Je reviendrai probablement, dans une autre occasion, sur la valeur de cette distinction, que j'ai beaucoup étudiée; quant à présent, je veux m'en tenir à la question de savoir si la présence des bactéries mobiles ou immobiles est la condition nécessaire de la virulence charbonneuse. A cet égard, c'est l'expérience et l'observation du véritable charbon, de celui qui sévit naturellement sur les animaux, qui doivent prononcer.

» Le 4 août 1868, du sang est recueilli à l'autopsie d'une vache morte du charbon à la montagne dite de Grand-Mont (Cantal). L'examen microscopique en est fait par M. Baillet, et on y constate des bactéries immobiles. Ce sang est inoculé à deux lapins qui en meurent dans les quarante-huit heures. Leur propre sang, contenant également des bactéries, inoculé

le 6 août à deux béliers, les tue dans la nuit du 9 au 10. Comme particularité de leur autopsie, on note que la rate a conservé son volume normal. Le sang d'un de ces béliers est inoculé le lendemain matin à deux brebis, dont une meurt le 16, à 2 heures après midi. Son sang, examiné avec le plus grand soin durant plus d'une heure par plusieurs personnes, à un grossissement de 500 diamètres environ, ne montre aucune trace de bactérie. Nonobstant, il a tué en moins de quarante-huit heures un mouton auquel il a été immédiatement inoculé; et dans le sang de celui-ci, on n'a pas non plus trouvé de bactéries; ce qui ne l'a point empêché de communiquer la fièvre charbonneuse à un taurillon, qui en a été guéri par l'eau phéniquée.

» De cette première série de faits, il résulte que, du sang charbonneux contenant des bactéries, a transmis la virulence, sans transmettre les bactéries. Nous allons voir maintenant le phénomène inverse, c'est-à-dire l'existence du charbon naturel sans la présence des bactéries, et la présence de celles-ci dans le sang d'un animal tué avec du sang qui n'en contenait point de visibles.

» Le 5 septembre, on examine très-attentivement le sang extravasé d'une tumeur charbonneuse de la cuisse gauche, chez une bête bovine âgée de six mois, de la commune de Vèze (Cantal). Il est absolument impossible d'y découvrir aucune bactérie. Sur le champ du microscope, les globules sanguins, déjà altérés dans leurs contours, sont groupés en îlots, et les mers de sérum se montrent parfaitement transparentes. Ce sang, inoculé à une brebis, tue celle-ci en moins de vingt-quatre heures. On constate dans la boue splénique de cette brebis, vingt heures après sa mort, des bactéries très-courtes et en abondance. La vêle elle-même est morte à peu près dans le même temps, et le sang pris dans la jugulaire, après sa mort, ne s'est pas montré virulent. Chez une vache morte le 26 septembre à la montagne de Boutifar, avec une tumeur charbonneuse comprenant le flanc gauche et les lombes, l'examen microscopique du sang a conduit aux résultats suivants: globules altérés, d'un diamètre très-réduit, étoilés; noyaux libres réfringents, quelques-uns allongés; après un examen de plus d'une heure, pas de bactéries bien caractérisées. Ce sang inoculé à deux bêtes bovines, leur a communiqué le charbon. L'une, abandonnée à elle-même, en est morte, l'autre, traitée par l'eau phéniquée, a guéri.

» Les expériences effectuées en Auvergne avec du sang charbonneux ayant subi la dessiccation rapide à l'air libre, sur des feuilles de papier, n'ont une signification très-nette qu'à un seul point de vue, et elles n'ont

été présentées qu'à ce point de vue-là. Elles ont été faites sur des moutons, des vaches et des taureaux, et non point sur de petits rongeurs, que l'inoculation de toute matière organique altérée tue souvent avec la plus grande facilité. Les résultats de ces expériences prouvent seulement que le sang charbonneux peut avoir perdu sa propriété virulente, tout en conservant intactes ses bactéries ou bactéridies. En effet, après s'être assuré que les filaments constatés dans le sang à l'état frais, persistaient avec tous leurs caractères dans ce même sang, ayant subi une dessiccation de quinze jours ou de trois semaines, on l'a inoculé à la lancette, après l'avoir délayé, on l'a injecté dans les bronches par une ouverture de la trachée, on l'a inséré sous la peau avec le papier sur lequel il s'était desséché, et dans aucun cas il n'a transmis la maladie. Neuf tentatives de ce genre ont été faites et elles furent toutes infructueuses. Et il faut ajouter qu'il s'agissait de sang ayant toujours, à l'état frais, communiqué le charbon à des ruminants.

» Les expériences d'inoculation du sang en voie de putréfaction seront continuées dans de bonnes conditions, car elles seules peuvent juger définitivement la question de la virulence charbonneuse; mais il me semble permis de conclure, dès à présent, que les caractères indiqués comme distinctifs entre la septicémie et le charbon n'ont point la valeur qui leur est attribuée. »

TÉRATOLOGIE. — *Sur deux cas très-rares de Mélomélie observés chez le mouton.* Note de **M. N. Joly**, présentée par M. Larrey. (Extrait par l'auteur.)

« La Mélomélie qui résulte de l'implantation de deux membres accessoires sur un membre normal est *extrêmement rare*. A l'époque où il publiait son excellent *Traité de Tératologie* (1836), Is. Geoffroy Saint-Hilaire n'en connaissait que deux cas bien authentiques : l'un, décrit par Meckel, chez un canard dont l'une des deux pattes normales en portait deux autres qui lui étaient soudées dans une grande partie de leur longueur; le second, observé par Is. Geoffroy Saint-Hilaire lui-même, chez un mouton, sur l'épaule droite duquel étaient insérés à la fois trois membres très-mal conformés.

» Or, c'est précisément sur l'espèce ovine que j'ai vu la Mélomélie *triple* se produire *deux fois* à dix ans d'intervalle.

» Les individus qui m'ont présenté cette anomalie (tous deux mâles), portaient, l'un sur l'épaule droite, l'autre sur l'épaule gauche, deux pattes surnuméraires, privées de mouvement propre, dépourvues de sensibilité,

ankylosées dans la plupart de leurs articulations, mais néanmoins séparées entre elles, et même très-écartées chez l'un des deux sujets, dont les photographies accompagnent ce Mémoire.

» Deux omoplates réunies en une seule, et soudées au scapulum du sujet principal, offraient deux cavités glénoïdes, dont chacune recevait la tête de l'humérus correspondant. Les quatre membres de l'individu autosite étaient de forme et de grandeur accoutumées.

» Les muscles s'étaient, pour la plupart, plus ou moins atrophiés, ou bien ils avaient subi la transformation graisseuse, si commune aujourd'hui chez les individus de notre espèce atteints de *lypémanie* (Esquirol) ou de *paralysie progressive.*

» Les nerfs avaient disparu, en tout ou en partie, et les vaisseaux sanguins étaient presque tous réduits à l'état de tubes d'un très-petit calibre. Du reste, sauf un peu de gêne dans la marche, les deux moutons porteurs de ces anomalies ne paraissaient nullement en souffrir, et ils ont vécu assez longtemps, l'un dans une ménagerie ambulante, l'autre au Jardin des Plantes de Toulouse.

» Quant à la question de savoir si un sujet affecté de *Mélomélie* doit être considéré comme un monstre simple tendant à la duplicité, ou comme un monstre double tendant à l'unité, on sait qu'elle a été très-diversement résolue par les auteurs qui, jusqu'en ces derniers temps, se sont occupés de tératologie. Mais, après les belles recherches de Lereboullet, il ne me paraît guère possible de ne pas regarder les monstres *polyméliens* comme de vrais monstres doubles, dont la production, due simplement à un excès de *substance embryogène*, n'exige nullement la présence dans le même œuf (du moins chez les oiseaux et chez les poissons) de deux vitellus *formateurs* et de deux vitellus *nutritifs.* »

M. **Gaube** adresse une Note concernant divers principes immédiats qu'il a isolés dans certains végétaux, et auxquels il donne les noms de saniglicine, buxine, drupine et prunine.

M. G. **Henrichs** adresse, de *Iowa-City* (États-Unis), une Note sur la forme cristalline des sulfates.

M. **Poupon**, en adressant à l'Académie un exemplaire d'un « Rapport sur les moyens de prévenir les inondations, de ramener la vie à bon marché et de créer des richesses considérables sans grever les finances », demande

l'ouverture d'un pli cacheté qui a été déposé par lui le 23 septembre 1867.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Secrétaire perpétuel, contient un Mémoire portant un titre semblable à celui du Rapport précédent.

M. de Mortillet, à propos de la Lettre de *M. l'Abbé Richard* qui est insérée au *Compte rendu* du 25 janvier dernier, informe l'Académie que d'autres silex taillés ont déjà été signalés vers les frontières d'Égypte, par M. Worsaae, et dans le désert au delà de l'Aurès, par M. Berbrugger; des instruments en pierre polie ont été également signalés par M. Reboud, dans les contrées au delà du Tell; enfin, le Musée de Saint-Germain possède une pointe de silex très-bien taillée, recueillie aux Chotts (province d'Oran), par M. Chopin qui en a rapporté un certain nombre.

M. C. Settimani adresse, de Florence, l'annonce d'une double relation qui existerait entre trois corps célestes, et qui n'est pas celle de Laplace sur les satellites de Jupiter.

A 5 heures un quart, l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géographie et Navigation présente, par l'organe de son doyen, **M. de Tessan**, la liste suivante de candidats à la place de Correspondant, vacante dans son sein par suite du décès de *M. Dallas Bache :*

En première ligne . . . **M. David Livingstone**, à Londres.
En deuxième ligne et par ordre alphabétique. . { **M. Alexandre Cialdi**, à Rome.
{ **M. Benjamin-Apthorp Gould**, à Washington.

La Section d'Anatomie et de Zoologie présente, par l'organe de son doyen, **M. Milne Edwards**, la liste suivante de candidats pour la chaire de Zoologie (Annélides, Mollusques et Zoophytes), vacante au Muséum d'histoire naturelle :

En première ligne. . . . . **M. Deshayes.**
En deuxième ligne. . . . . **M. L. Vaillant.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 6 heures.

D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans la séance du 8 février 1869, les ouvrages dont les titres suivent :

Traité d'artillerie théorique et pratique. — Partie théorique et expérimentale. — Propriétés et effets de la poudre; par M. G. PIOBERT. Paris, 1869; in-8°.

La Toscane, album pittoresque et archéologique publié, d'après les dessins recueillis, sous la direction de S. Exc. le Prince Anatole Demidoff en 1852, *par* M. A. DURAND, *avec la collaboration de* M. E. CICERI, XVIIIe et XIXe livraisons, avec 8 pages de texte. Paris, sans date; in-folio.

De la science en France; par M. J. MARCOU, 1er fascicule. — *Le corps impérial des mines. — La carte géologique de France.* Paris, 1869; in-8°.

Note sur quelques glaciers de la chaîne du Caucase et particulièrement sur le glacier de Devdoroc; par M. E. FAVRE. Genève, 1869; br. in-8° avec une carte.

Phrényogénie ou données scientifiques modernes pour doter ab initio *ses enfants de l'organisation phrénologique du génie et du talent supérieur; par* M. BERNARD MOULIN. Paris, 1868; in-12.

Rapport à l'Empereur sur les moyens de prévenir les inondations, de ramener la vie à bon marché et de créer des richesses considérables sans grever les finances; par M. POUPON. Paris, 1869; in-4°.

The... *Revue trimestrielle*, n° 250, octobre 1868; in-8°. Londres, 1868; in-8°.

The... *Journal trimestriel de la Société Géologique*, t. XXIV, 4e partie, novembre 1868, n° 96. Londres, 1868; in-8°. (2 exemplaires.)

List... *Liste des membres de la Société Géologique de Londres*, novembre 1868. Londres, 1868; in-8°. (2 exemplaires.)

Proceedings... *Procès-verbaux de la Société Météorologique*, novembre 1867, t. IV, n° 33. (2 exemplaires.)

Proceedings... *Procès-verbaux de la Société royale Géographique*, t. XII, n°s 2 à 5. Londres, 1868; 4 livraisons in-8°.

The... *Journal de la Société royale Géographique*, t. XXXVII. Londres, 1868; in-8°.

The... *L'Athenæum*, livraisons 488 à 492. Londres, 1868; in-4°.

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES REÇUES PAR L'ACADÉMIE PENDANT LE MOIS DE JANVIER 1869. (Fin.)

L'Abeille médicale; n° 52, 1868, et n°s 1 à 5, 1869; in-4°.

L'Aéronaute; janvier 1869; in-8°.

L'Art médical; janvier 1869; in-8°.

Le Gaz; n°s 11 et 12, 1868; in-4°.

Le Moniteur de la Photographie; n°s 20 et 21, 1868; in-4°.

Les Mondes; n° du 31 décembre 1868, et n^os des 7, 14, 21, 28 janvier 1869; in 8°.

Le Sud médical; n°s 1 et 2, 1869; in-8°.

L'Événement médical; n°s 2 à 5, 1869; in-4°.

L'Imprimerie; n°s 59 et 60, 1869; in-4°.

Magasin pittoresque; janvier 1869; in-4°.

Monatsbericht... *Compte rendu mensuel des séances de l'Académie royale des Sciences de Prusse;* novembre et décembre 1868; in-8°.

Monthly... *Notices mensuelles de la Société royale d'Astronomie de Londres;* n° 2, 1869; in-8°.

Montpellier médical... Journal mensuel de Médecine; janvier 1869; in 8°.

Nachrichten... *Nouvelles de l'Université de Gœttingue;* n°s 22 à 24, 1868, et n°s 1 et 2, 1869; in-12.

Nouvelles Annales de Mathématiques; janvier 1869; in-8°.

Nouvelles météorologiques, publiées par la Société météorologique; n° 1er, 1869; in-8°.

Pharmaceutical Journal and Transactions; janvier 1869; in-8°.

Répertoire de Pharmacie; décembre 1868; in-8°.

Revue des Cours scientifiques; n°s 6 à 9, 1869; in-4°.

Revue des Eaux et Forêts; janvier 1869; in-8°.

Revue de Thérapeutique médico-chirurgicale; n°s 1 à 3, 1869; in-8°.

Revue hebdomadaire de Chimie scientifique et industrielle; n°s 9 à 13, 1869; in-8°.

Revue maritime et coloniale; janvier 1869; in-8°.

Revue médicale de Toulouse; n° 12, 1868, et n° 1er, 1869; in-8°.

The Scientific Review; n° 1er, 1869; in-4°.